

# Logik 2.1

von Lothar Seidel

ISBN 978-3-9801802-1-4

Frankfurt am Main 1994, 2017

## Zum Text

Die vorliegende Fassung ist die überarbeitete HTML-Fassung von 2006.

L21.u



L21.i

Für die Unterstützung bei der Herstellung des Buches danke ich  
Cornelia Jung und Felix Weilbacher.

Die Deutsche Bibliothek · CIP · Einheitsaufnahme  
**Seidel, Lothar:**

Logik/Lothar Seidel. · Frankfurt am Main : Seidel.

2. Vollständige Logik der endlich und  
unendlich grossen Grössen.

H. 1. Einleitung. · 1994

ISBN 3-9801802-1-2

© *LOTHAR SEIDEL VERLAG, Frankfurt am Main 1994*

*alle Rechte vorbehalten*

*Druck: Nexus Druck, Frankfurt*

*Beleuchtung: Spiecker Design & Werbung, Frankfurt*

*Satz: Lothar Seidel*

Die neue ISBN lautet: 978-3-9801802-1-4

Die gedruckten Exemplare des Buchs sind 2012 vernichtet worden und  
daher derzeit nicht im Handel erhältlich.

**August 2016 Revision. Markiere als erstes alles zu Ändernede mit **em6****

### **L21.0.5 Vorwort zur HTML-Fassung, April 2017**

Der Stoff der Logik ist das Eins, das Parmenides das Ganze nennt. Weder die  
Materie, noch das Leere allein können der Stoff der Logik sein, weil in beiden  
nichts ist außer ihnen selbst, in den logischen Relationen aber alles sein kann,  
was es in der Welt gibt.

### **L21.0.4 Vorwort zur HTML-Fassung, April 2006**

Nachdem die *Kritik der Physik des Aristoteles* erschienen ist, kann ich die in den  
drei Logikbüchern immer wieder etwas geheimnisvoll beschriebene *Grösse*  
nun beim Namen nennen: Die Grösse ist der *Stoff*. Beim Stoff haben wir die  
die Wahl zwischen der **Materie** und dem **Leeren**. Wenn wir uns für einen der

beiden Stoffe entscheiden, dann müssen alle log. Schlüsse und Sätze von diesem Stoff handeln, also entweder alle von der Materie, oder alle vom Leeren. Der Stoff der Geometer kann natürlich auch in der Logik benutzt werden, wird aber nicht behandelt, weil Stoff und Form in der Mathematik von einer Art sind, in der Logik und in der Naturphilosophie dagegen nicht von einer Art.

### L21.0.3 Vorwort zur 3. Auflage (nur HTML), Juli 2004

Die Logik ist die Wissenschaft vom stetigen Ganzen und dessen Teilen. Sie handelt vom *Stoff*. Jedoch nicht vom Stoff, den Aristoteles die *hyle* nennt, die Materie, sondern vom 3d-ausgedehnten materiellen stetigen Stoff, der im folgenden die "*Größe*" genannt wird. Naturphilosophisch läßt sich dieser Gegenstand am ehesten in den Anfängen der Philosophie, nämlich bei dem ewig unbewegten Einen Sein des *Parmenides* unterbringen. Die *Physik* des Aristoteles geht im ersten Buch näher darauf ein (vgl. auch *Platons Dialoge Parmenides* und *Sophistes*).

Die Geometrie ist die Wissenschaft von der *Form*. Das ist die Grenze der Größe. Der *Körper* in der Geometrie ist eine erlaubte Grenzüberschreitung, ähnlich wie die Zeit in der neueren Physik grenzüberschreitend als "Dimension" bezeichnet wird. Der Körper der Geometrie ist ideell. Wirkliche Körper gibt es nur in der Physik.

Die Arithmetik ist die Wissenschaft von der *Form der Form*, das sind die Grenzen der Formen am Anfang, am Ende und dazwischen, die Zahlen.

Die Arithmetisierung der Logik kann erfolgen, wenn die stoffliche und geometrische Seite der Logik vollendet sind. Die bisherigen Versuche, die Schlusslogik zu arithmetisieren, mußten fehlschlagen, weil sie mit den Mitteln der Analogie gearbeitet haben und die Zahlen dem Stoff aufzwingen wollten nach dem Motto: Was bei der größer-kleiner-gleich-Relation der Arithmetik richtig ist, kann bei der Logik nicht falsch sein. Dieser Ansatz, der sich von der Unzahl der Formen blenden läßt, übersieht, dass zwar jede Größe auch eine Menge, aber längst nicht jede Menge auch eine Größe ist.

Dass dennoch die Anzahl der Formen unendliche Male größer ist als die Anzahl der geformten Stoffe, liegt einfach daran, dass sie keinen Platz wegnehmen. In den zehn Kubikzentimetern vor Ihnen lassen sich unendlich viele Formen unterbringen, aber nur ein einziges Mal die zehn Kubikzentimeter Stoff, weil zwei Stoffe nicht zugleich denselben Ort einnehmen können. Daher ist der Stoff begrenzt, selbst wenn er unendlich ist, die Formen dagegen

Redundanzen nicht. Mehr dazu in der *Kritik der Physik des Aristoteles*.  
Die zwischenzeitlich mitsamt der Schlusslogik zu den Akten gelegten Versuche der Arithmetisierung können erst dann gelingen, wenn wir mit der 3d-Größe im Reinen sind. Das ist der Gegenstand der vorliegenden Arbeit. In ihr werden die aristotelische Syllogistik, die beiderseitige Quantifikation und de Morgan's universe in einem einheitlichen Formalismus vorgestellt. Aus der Sicht der Teile enthält die Arbeit nicht viel Neues, weil alle Sätze und Schlüsse bereits bekannt sind, nämlich de Morgans' 8 Sätze und 32 Schlüsse. Es treten sogar Redundanzen auf, weil viele Sätze die gleichen Nebenbedeutungen haben und somit viele Schlüsse mehrfach erscheinen. Das mußte ich jedoch aus Gründen der Vollständigkeit in Kauf nehmen. Besser, doppelt gemoppelt und vollständig, als ohne Wiederholung, dafür aber unvollständig.  
Aus der Sicht des Ganzen jedoch erscheint hier erstmals die seit *Parmenides* vergeblich gesuchte Formalisierung von "Teil" und "Ganz", die für alle Sätze und Schlüsse in ein und derselben Weise gilt. Alle Sätze und Schlüsse sind wirkliche Gleichungen und nicht nur Ankündigung wirklicher Gleichungen. Die Sätze lauten durchgehend  $A=B$  oder  $B=A$  und alle Schlüsse  $A=B=C$  oder  $C=B=A$ . Und – nicht zuletzt – die universelle Gültigkeit sämtlicher logischen Größenverbindungen in dem Einen ewig unbewegten Ganzen.

### L21.0.2 Vorwort zur 2. Auflage (nur HTML), Mai 2002

Die Zeichen "+" und "-" wurden durch die Zeichen "[+]" und "[-]" ersetzt.

Das Java-applet "Einleitung" zeigt alle möglichen Kombinationen zweier Größen A und B oder alle möglichen 16 Sätze. Ein Satz mit seinen Nebenbedeutungen füllt das Rechteck oder das All restlos aus. Das Rechteck kann in zwei, drei oder vier Teile geteilt werden. In zwei, wenn A und B identisch sind, in drei wenn sie Teil und Ganzes oder Ganzes und Teil sind und in vier, wenn sie Teil und Teil sind.

Frankfurt am Main, Mai 2002

### L2.1.1.7-13 Vorwort, 1994

7 Die Arbeit ist als Lern- und Übungsbuch gedacht. Neben dem Buch brauchen Sie einen Bleistift und viel Papier. Sie werden nämlich mit Größen arbeiten, die Sie sich durch Kreisemalen veranschaulichen. Dabei werden Sie vielen Irrtümern unterliegen, so, wie jeder, der sich mit diesem sperrigen

Stoff beschäftigt.

Gegenstand der vorliegenden Arbeit ist *nicht* die Satzlogik, die man auch Aussagenlogik nennt. Die hat sich nämlich, nachdem die Schlusslogik mit sich selbst nicht zu Rande kam, dieselbe Freiheit wie die Mathematik genommen und von der inneren Struktur der logischen Sätze abstrahiert, die Sätze einfach als gegebene unteilbare Ganze genommen, deren einziges Merkmal die Wahrheit oder Falschheit ist und ist damit z. B in Schaltalgebra und Mathematik zu Ergebnissen gekommen, vor denen sich die Schluss- oder Größenlogik kleinlaut verstecken mußte.

Dass das heute vielen Faulpelzen als Vorwand dient, ihre Grundlagen einfach zu ignorieren, steht auf einem anderen Blatt. Die sagen, die Schlusslogik sei "erledigt", weil das einige Autoritäten behaupten. Die lügen, die Autoritäten. Da vollzieht sich in der Logik, was seit der kopernikanischen Wende in der Astronomie geschehen ist mit dem Unterschied, dass Kopernikus und Kepler aus der falschen eine wahre Aussage gemacht haben: Der Aristoteles, der "größte[n] Denker[n] des Altertums" (Marx), wird als "toter Hund" begraben, weil ihm eine seiner vielen falschen Aussagen nachgewiesen werden konnte, dass sich nämlich die Erde um die Sonne dreht und nicht umgekehrt.

Die Schlusslogik ist wie das kleine Einmaleins, bei dem das "Einmalsieben" und das "Einmalfünf" oder das "Einmalzwei" fehlen. Das wissen alle Logiker, hüten es aber als ihr kleines Geheimnis vor dem Publikum und raten ihm, sich mit dem kleinen Einmaleins garnicht erst zu beschäftigen, weil das abgetaner Kinderkram sei. Das hat unterschiedliche Gründe, die im Verlauf klar werden. Ich denke jedenfalls, dass, wer rechnen will, erst das kleine Einmaleins können muß und dass es zu diesem Zweck erst mal aufgeschrieben werden muß. Genau das und nichts anderes werden Sie die nächsten Wochen tun und lernen.

Mit der vollständigen Logik als Logik der Größen hatte es bisher so seine Bewandnis. Entweder haben die Logiker, die Größen betrachtet haben, wie <sup>8</sup> Ernst Schröder (1841-1902)<sup>1</sup> Chaos gestiftet oder aber sie sind der vollständigen Logik auf der Fährte gewesen wie de Morgan (1806-1871)<sup>2</sup> oder Menne (1923-1990)<sup>3</sup>, haben sich aber letztlich kleinlaut der "scholastischen" Tradition

- 
1. Ernst Schröder, Vorlesungen über die Algebra der Logik, Bde. 1-3, 1890-1895
  2. Augustus de Morgan, Formal Logic: Or, The Calculus of Inference, Necessary and Probable, London 1867
  3. Albert Menne, Logik und Existenz, Eine logistische Analyse der kategorischen Syllogismusfunktionen und das Problem der Nullklasse, Meisenheim/Glan 1954

der Logik der Begriffe untergeordnet. Beides tue ich nicht. Ich behandle nur die Schlusslogik oder die Größenlogik der Schlüsse, auch im Anschluss an Aristoteles (384-322) Syllogistik genannt.

Die Schlusslogik ist wie das Pferd, das am Schwanz aufgezäumt wurde. Das mag zwar fachmännisch geschehen sein, aber der Reiter sitzt Richtung Schweif. Nicht die Dinge, von denen wir uns auf noch längst nicht erforschte Weise Begriffe bilden können, wurden zum Rohmaterial der Logik, sondern die Begriffe selbst. Damit war sie von Anfang an zum Scheitern verurteilt. Das letzte Produkt in der unendlichen Kette der Bewegungen und Wandlungen, an deren Ende wir uns befinden, oder wenn man durchaus eine endliche Kette haben will und den Urknall als Anfang setzt, das komplizierteste, zusammengesetzteste, unerforschtteste (ich bitte um Vergebung für das Deutsch), nämlich die menschlichen Begriffe sollen den Anfang der einfachsten Wissenschaft bilden! Einfach in dem Sinn, dass keine Vermischung und keine Zusammensetzung in den Elementen der Wissenschaft sein darf, da ja jede Zusammensetzung und Verbindung mit ihrer Hilfe erklärt werden soll. Will die Logik als Wissenschaft vor der Natur standhalten, so muß sie ihre Elemente aus der Natur schöpfen. Da die Logik auf alles in der Natur angewandt werden kann, so muß sie einen Gegenstand als einfaches Element haben, den auch alles in der Welt hat. Denn verglichen werden kann nur, was Gleiches hat. Jeder Gegenstand in der Welt hat eine Größe.

In der Mathematik hat sich der Mensch bereits Begriffe der Größen gebildet, wie sie für diesen Bereich der Wissenschaft angebracht sind, nämlich durch Abstraktion von jeglicher Materie. Die Größe der Mathematik ist die Zahl. Statt nun aber die Größen, die es ja gibt, - jeder ausgedehnte Gegenstand hat eine Größe - zum Rohstoff zu machen und die Klärung ihres naturphilosophischen Wesens den Naturphilosophen zu überlassen, zog die Logik nicht nur den Begriff der Größe von ihr selbst ab, was auch in der vorliegenden Arbeit geschieht, sondern behauptete den abgezogenen Begriff der Größe als Grundlage. Das führte dann dazu, dass sich die "normale" Welt und die logische Welt als spinnefeind gegenüberstanden und zu Komplikationen, die eher peinlich sind, wie z. B. die "Extension", die Ausdehnung von Begriffen, als könne man  $5 \text{ m}^3$  Großmut und  $\frac{1}{4}$  Pfund gut abgehangene Zivilcourage einholen. Die "Ausdehnung" eines Begriffs ist bei Abstrakta nur über die Zahl und bei Begriffen der gegenständlichen Welt nur über die Größe zu begreifen. Aber dieser Unsinn hat System, zieht sich durch alle Wissensbereiche und wird nach und nach erklärt werden.

Der Logiker muß mit Grundlagen, also ersten Bestandteilen arbeiten, von denen er (noch) nicht weiß, was sie sind: die 3-fach ausgedehnten Größen. Jetzt

bleiben ihm drei Möglichkeiten: Er macht eine Anleihe bei der Mathematik, die ist ihm um einige Jahrhunderte voraus, weil sie für ihren Bereich bereits weiß, was 3-fach ausgedehnte Größen sind - das führt dann dazu, dass die Entfernung von mir zu dir eine mathematische Gerade ist, ein abstrakter Begriff, also nur eine gedachte Entfernung. Oder, er sagt mit Kant: Zwar gibt es die Dinge, aber den Raum gibt es nicht.<sup>1</sup>

Da alles im Raum ist, der Raum aber nur in der Einbildung, ist alles nur in der Einbildung; wie bei allen großen Denkern haben sich auch um Kants große Irrtümer die "Philosophen" geschart und z. B. als "Positivisten" (S.20 Fußnote) von diesen Irrtümern gezehrt und die Geister verwirrt. Oder aber, als dritte Möglichkeit, man kehrt zum guten alten Höhlengleichnis Platons/Sokrates' zurück (das wäre wenigstens ehrlich gelogen<sup>2</sup>) und siedelt die Formen und Begriffe im Ideenreich an, wo sie ewig und unveränderlich ihr Zuhause haben und an denen wir auf geheimnisvolle Weise Anteil haben.

<sup>10</sup> Das soll in der vorliegenden Arbeit nicht geschehen. Die Größen als einfa-

1. "Der Raum ist nichts anders, als nur die Form aller Erscheinungen äußerer Sinne, d.i. die subjektive Bedingung der Sinnlichkeit, unter der allein uns äußere Anschauung möglich ist....so läßt sich verstehen, wie die Form aller Erscheinungen vor allen wirklichen Wahrnehmungen, mithin a priori im Gemüte gegeben sein könne, und wie sie als eine reine Anschauung, in der alle Gegenstände bestimmt werden müssen, Prinzipien der Verhältnisse derselben vor aller Erfahrung enthalten könne.

Wir können demnach nur aus dem Standpunkt eines Menschen vom Raum, von ausgedehnten Wesen etc. reden. Gehen wir von der subjektiven Bedingung ab, unter welcher wir allein äußere Anschauung bekommen können, so wie wir nämlich von den Gegenständen affiziert werden mögen, so bedeutet die Vorstellung vom Raume gar nichts." Immanuel Kant, Kritik der reinen Vernunft, Bd. 1 (1768), Werke in 12 Bänden, Frankfurt 1968, S. 75

Also Gegenstände ja, aber Raum nein, das klappt nicht.

2. Man kann dem Wißbegierigen auf zwei Arten den Platon verleiden. Einmal, wenn man wie ich als Materialist ständig gegen den "Idealismus" wettet, damit müssen Sie leben; die Vordenker des real verschwundenen "Sozialismus" haben sich da oft unrühmlich hervor getan; zum andern, wenn man den Fehltritt des großen Denkers - er war immerhin Aristoteles' Lehrer - ein Märchen als sein Werk ausgibt.

Alles in allem haben ihm seine Anhänger mehr geschadet als seine Gegner - schon wegen der Dauer und ihrer Anzahl.

Ich empfehle jedem, auch wenn er die Ideenlehre verurteilt, neben dem Studium des Aristoteles Platons Lektüre.

Wenn meine Verärgerung über die "Idealisten", die an vielen Stellen im Text zum Ausdruck kommt, Sie langweilt oder stört, können Sie sie einfach überlesen, weil sie für das Verständnis der Arbeit selbst belanglos ist.

che Grundlagen, das sind die 3d-Größen aller ausgedehnten Dinge, die uns umgeben, werden als Hypothese vorausgesetzt. Anders gesagt, die Größe mit der mathematischen Umschreibung  $a^3$  gibt es wirklich in der Welt. Das ist einer der vielen Punkte, an denen ich mit meinem Lehrer nicht einer Meinung bin. Denn Aristoteles lehnt ja die von der Materie getrennte 3d-Größe kategorisch ab.

Diese Größe der Logik ist weder der Raum, noch das Leere, noch die geometrische Größe, sondern ein Teil des im 16 Kapitel des Parmenides von Parmenides so genannten Anderen. Das Andere ist das Ganze der Welt, das allein dem Teil das Recht gewährt, ein Teil des Ganzen zu sein.

Wenn Aristoteles aber andererseits recht hat und das "Wesen" der geformte Stoff ist, dann muß es enge Verbindungen zu den Wissenschaften der Formen geben. Die Logik ist wie das kleine Einmaleins. Das kleine Einmaleins hat 10 Zahlen, die zu 10 anderen Zahlen in Beziehung gesetzt oder mit ihnen verbunden werden. Aus der Verbindung je zweier Zahlen erhält man eine dritte.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
3	6	9	12	15	18	21	24	27	30
4	8	12	16	20	24	28	32	36	40
5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
6	12	18	24	30	36	42	48	54	60
7	14	21	28	35	42	49	56	63	70
8	16	24	32	40	48	56	64	72	80
9	18	27	36	45	54	63	72	81	90
10	20	30	40	50	60	70	80	90	100

Die dritte läßt sich als Schnittpunkt der Koordinaten "Reihe mal Spalte" oder "Spalte mal Reihe" ermitteln. So steht zum Beispiel im Schnittpunkt der Spalte 6 und der Reihe 4 die Zahl 24, so dass das Produkt aus Spalte mal Reihe 24 ist.

In der Schlusslogik werden in ähnlicher Weise 10 logische Sätze zu 10 anderen logischen Sätzen in Beziehung gebracht, und der "Schnittpunkt" zweier

Sätze ist ein dritter Satz, der Schlusssatz. Das jedem bekannte Beispiel, das von Euklid bis Cantor die Grundlage des mathematischen Beweisens bildet, ist, wenn zwei Größen einer dritten gleichen, so gleichen sie einander:

erster Satz: Wenn  $A = B$

zweiter Satz: und  $B = C$

Schlusssatz: so  $A = C$

<sup>11</sup> Die Welt ist unendlich groß.

Wir Menschen neigen dazu, den Teil, den wir einmal entdeckt haben, für das Ganze auszugeben. Statt das noch Unentdeckte als Herausforderung für künftige Entdeckungen zu sehen, suchen wir mit viel Eifer nach Formeln und Beweisen dafür, unseren jeweiligen Tellerrand, über den wir nicht hinausschauen mögen, als die Welt auszugeben. Das war bei den Ptolemäern, Aristoteles bis zu den Kirchenmännern des Mittelalters so, wie es heute ist, wo man der Welt vorzuschreiben gedenkt, an der bisher bekannten "Grenze" von ein paar Milliarden Lichtjahren aufzuhören. Der Pragmatismus, der notwendig ist, um rechnen zu können, wird einfach als das Bild der Welt behauptet. Das sollte Ihnen hier überhaupt nicht imponieren, denken Sie einfach mit mir, dass die Welt hinter jeder Grenze, die wir neu entdecken, für eine Überraschung gut ist und vertrauen auf künftige Forschergenerationen: Die Welt ist unendlich groß. Ich kann mir kein Bild von ihr machen, aber das macht nichts, sie wird auch ohne mein Bild auskommen. Ich kann aber mit dieser Annahme oder Hypothese die Logik der endlich und unendlich großen Größen aufstellen und beweisen.

Mit der seit Aristoteles - unterbrochen durch ein kurzes Freischwimmen zur Zeit der kopernikanischen Wende - bis heute geltenden Annahme einer endlich großen Welt läßt sich nicht einmal die Logik der endlich großen Größen fertigstellen.

Nachtrag 2004: Als ich vor ca. 30 Jahren anfing, mich mit der Logik und der Naturphilosophie zu befassen, war mir die Unendlichkeit der Welt nicht nur eine Überzeugungs- sondern auch eine Herzenssache. Heute sehe ich das etwas gelassener. Es ist in der Logik gleichgültig, ob das universe als endlich oder unendlich angenommen wird. Die Ergebnisse bleiben bei der Annahme des unendlichen und doch begrenzten, wie bei der Annahme des endlichen und doch nicht begrenzten Universums dieselben. Nur dass letztere Unsinn ist.

Die Arbeit besteht aus 4 Teilen.

Der erste, das vorliegende Heft EINLEITUNG behandelt die Größen, Sätze,

Äquivalente und Nebenbedeutungen. Die Erklärungen gehen vom Kleinen, den endlich großen Größen über zum Großen, den Sätzen und ihren Äquivalenten und zeigen ihre Gültigkeit für das Universum. Dieser erste Teil EINLEITUNG sollte sehr gründlich oder mehrere Male durchgearbeitet werden. Danach folgen drei gleichwertige Herleitungen der Schlüsse, die, ausgehend von der Richtigkeit des vorliegenden Formalismus, gleichzeitig Wahrheitsnachweise und Nachweise der Vollständigkeit der Schlusslogik sind.

Die erste Herleitung (Heft HERLEITUNG) benutzt die im Heft EINLEITUNG gelernte Darstellung der Sätze und leitet mit nur wenigen Regeln auf mechanische Weise sämtliche Schlüsse her.

<sup>12</sup> Die zweite Herleitung im Heft BERECHNUNG berechnet alle Schlüsse, wenn dieser Ausdruck erlaubt ist. Ich muß überhaupt vorab die Mathematiker um Nachsicht bitten, dass ich Teile ihrer Formelsprache hier in einem anderen Sinn gebrauche, genauer gesagt das "+" und das "-". Das "+" bedeutet "alles" oder "ganz +", das "-" bedeutet "alles, was nicht" oder "ganz -". Das "=" bedeutet das gleiche wie in der Mathematik. Genaugenommen müßte man sogar sagen, das "=" in der Mathematik, der "Schwester" der Logik, bedeutet das gleiche wie das "=" in der Logik. Die Logik hat's nur verschlafen, und die Mathematiker, auch bevor sie die Formelsprache hatten (Vieta 1540-1603), sind ein paar Jahrtausende früher draufgekommen. Aber das "Ganz" und das "+" sind zwei Dinge, müssen daher auch zwei Zeichen bekommen. Ebenso das "ganz" und das "-". Also ist neben den Zeichen + und - noch ein Zeichen für "ganz", nämlich [ ], und ein Zeichen für "teil" erforderlich: ( ). Wahl und Bedeutung dieser vier Zeichen: [ ], ( ), + und - gibt den Ausschlag für das Gelingen des Vorhabens.

Das "+" ist in der ABC-Logik das Innere, und das "-" ist das Äußere. Beides bezeichnet eine ausgedehnte Größe, die durch die beiden Zeichen [ ] und ( ) als die ganze Größe oder als deren Teil begrenzt werden. In der 123-Logik gibt es weder einen Teil, noch das Ganze, sondern nur die 1, die 2 oder die Vielen, die alle keine Teile, sondern nur Menge haben.

Der dritte Wahrheitsnachweis der Schlüsse (3 Hefte Wahrheitsbeweise TEXT, BILDER und TABELLEN) beansprucht die Kombinationsgabe und probiert alle möglichen und nicht möglichen Verbindungen zwischen 3 Größen durch. Das ist die ursprüngliche Arbeit der Erstellung der Logik: Durch Probieren wird herausgefunden, welche Verbindungen zwischen A und C bei einem gegebenen Satz- oder Prämissenpaar  $A=B$  und  $B=C$  möglich und welche nicht möglich sind. Das ist der schwierigste Teil. Allerdings wird er wesentlich erleichtert durch die Erkenntnisse, die bei den beiden ersten Herleitungsmethoden gewonnen wurden.

Obwohl der Weg der Erkenntnis genau umgekehrt ist, nämlich von der Anschauung über die Abstraktion zur Verallgemeinerung in Begriffen und schließlich im Formalismus, ist es das Einfachste, die Arbeit in der vorliegenden Reihenfolge durchzuarbeiten. (Es bleibt Ihnen auch gar nichts anderes übrig, da ich die Teile nur nacheinander herausgeben kann und nicht zugleich.) Denn dazu sind ja Bücher wie dieses da: Dem Leser die Irrungen und Wirrungen, die einem die Anschauung als Fallstricke legt, abzunehmen und ihm das Ergebnis der Forschung vorzulegen. Nur werde ich Ihnen den Weg zum Ergebnis nicht schamhaft vorenthalten, sondern als Krönung der grauen Theorie am Schluss präsentieren.

Ich habe die vergangenen 4 Jahre (Stand August 2016) damit verbracht, das Wichtigste der Manuskripte aus dem Gedächtnis zu rekonstruieren. Vieles ist aber verloren. Bei Manchem davon ist es nicht schade. So werde ich das Heft 4 "Berechnung" nicht versuchen zu rekonstruieren, weil ich dort der Versuchung erlegen bin, das Unvereinbare zu vereinbaren, die Größe mit der Grenze. Das meiste Brauchbare davon ist in die Neulesung der Ersten Analytik eingeflossen. Das "Einmaleins" der Analytik ist ungefähr so albern wie die Barbararei. Aristoteles' Erforschung der Mitte zeigt, wie die "Berechnung" in der Logik auszusehen hat.

Die Wahrheitsbeweise der Schlüsse lassen sich zwar alle auf nur drei Größenkonstellationen reduzieren, die "notwendigen", "statthaften" und "möglichen" Verbindungen, wie ich sie mit Aristoteles in der Analytik nenne. Aber für ihre Rekonstruktion werde ich mir die Zeit nehmen, weil sie ähnlich wie der Parmenides des Platon in die Ursuppe der Erkenntnis der Anfänge des Seins in die Ursuppe der Erkenntnis der Relationen des Seins einführen. Vielleicht werde ich sie auch zu einem Teil der Ersten Analytik machen.

Und noch eines: Nehmen Sie sich Zeit! Es genügt, wenn Sie am Tag eine oder zwei Seiten studieren, wo die Prosa aufhört und nur noch mit Zeichen gearbeitet wird. Lesen Sie die Abschnitte lieber zehnmal durch, bis Sie sie verstehen oder herausfinden, dass sie falsch sind. Es ist ja möglich, dass ich Sie belüge oder mich irre.

Der Mathematiker Leonhard Euler hatte sich zum Ziel gesetzt, seine einführenden mathematischen Schriften erst dann zu veröffentlichen, wenn sie sein Schreiber, ein Mann mit einfacher Bildung verstanden hatte. Wer nämlich wirklich etwas zu sagen hat, verbirgt es nicht, sondern setzt alles daran,<sup>13</sup> dass man ihn versteht. Das bedeutet aber nicht, dass das Lernen keine Mühe mehr macht oder dass es dem Autor gelingt, sich so großartig wie Euler verständlich zu machen. Als er einmal aufgefordert wurde, einem adligen Fräulein eine "standesgemäß" leichte Einführung in die Wissenschaft zu

schreiben, sagte er sinngemäß, "Es gibt keinen Königsweg zur Wissenschaft."<sup>1</sup> Lernen kann der Mensch nur selbst, oder wie Brecht es einmal formulierte "Was du nicht selber weißt, Weißt du nicht".

---

1. Leonhard Euler, *Lettres à une princesse d'Allemagne sur diverse sujets de physique et de philosophie*, Petersburg 1768-1772, *Briefe an eine deutsche Prinzessin*, deutsch, Vieweg Verlag 1986, eine Art "Sofies Welt" der Aufklärung.

# Einleitung

## L2.1.2.13-16 Hypothesen

<sup>13</sup> Wir wissen weder etwas über die Ränder des Universums noch können wir über die Dimensionen der Welt als ganzer sprechen - wir kennen sie nicht. Der Plural "wir" ist hier - wenn irgendwo - gerechtfertigt. Die Logik geht jedoch aus von der dreidimensionalen Welt hier vor Ort.<sup>1</sup> Die Logik geht davon aus, dass das All <sup>14</sup> unendlich groß ist,  
 eines ist,  
 die endlich große Welt ein Teil davon ist,  
 ein Teil davon wieder ein Teil ist,  
 dass es die Größe gibt.<sup>2</sup>  
 dass das Ganze größer als der Teil ist (vgl. Teil 1 S. 16).<sup>3</sup>

Ich halte also nichts von einer "endlich großen und doch nicht begrenzten Welt"<sup>4</sup>, so groß die Versuchung auch sein mag, den als wahr erkannten Teil für das Ganze zu halten. Das ist das überkommene Weltbild des Aristoteles und des Mittelalters, und auch nichts davon, den Teil u.U. so groß wie das Ganze "sein zu lassen", wenn es um das Unendliche geht. Die "Widersprüche", vor die uns das Unendliche stellt ([der Teil und das Ganze stellen](#)), besei-

- 
1. Die drei räumlichen Dimensionen haben wir uns als geo-meter, als Erd-Messer gemacht, um die Welt zu begreifen. Dieses Modell entspricht so gut der Erfahrung und der Vernunft, dass wir es als Analogie auf die Welt als Ganzes übertragen.  
 Ich kann die formale Notwendigkeit nicht beurteilen, wenn der Raum als 14½-dimensional bezeichnet wird. Was ich aber beurteilen kann, ist der philosophische Aspekt der Geschichte. Wenn das Eine auf das Viele reduziert wird und das Eine als falsch, das Viele als wahr bezeichnet wird, dann steckt meist ein Sophist dahinter, der dich von der Erkenntnis des Einen abhalten will.
  2. "Größe" steht zwar hier nicht für die abstrakte mathematische Größe,  $a^3$ , sondern für die physische Größe, die mit dem mathematischen Ausdruck  $a^3$  bezeichnet wird, kann aber auch auf die mathematische Größe angewandt werden. Das ist aus naturphilosophischer Sicht eine verwickelte Sache (siehe [Logik, Teil 1 S. 7-11](#) und die letzte Anmerkung) und wird später im Heft BERECHNUNG algebraisch und physikalisch in der "[Kritik der Physik des Aristoteles](#)" behandelt werden. Hier genügt es zu wissen, dass jede Größe Menge, aber nicht jede Menge Größe ist.

tigen wir nicht dadurch, dass wir sie uns wegdenken.

<sup>15</sup> Niemand muß aber die Welt als unendlich groß betrachten. Man kann mit der Riemann'schen Annahme auch die vorliegende Arbeit interpretieren, wie es de Morgan mit seinem Universe of Discourse gemacht hat, ohne formale Fehler zu begehen. Wer also den Gedanken an die Unendlichkeit und die Einheit der Welt nicht erträgt, kann alle nachfolgenden Größen, Sätze und Schlüsse auch auf eine endlich große Welt anwenden. Es muß aber für ihn oder sie felsenfest stehen, dass außerhalb dieser endlich großen Welt Nichts mehr ist.

Das ist aber aus naturphilosophischer Sicht - Unsinn. Riemann hat sich selbst auf diesem Gebiet ohne Zögern als Laie bezeichnet, weil "ich in dergleichen Arbeiten philosophischer Natur...wenig geübt bin und ich ausser einigen ganz kurzen Andeutungen, welche Herr Geheimer Hofrath G a u s s ... gegeben hat, und einigen philosophischen Untersuchungen H e r b a r t 's, durchaus keine Vorarbeiten benutzen konnte."<sup>1</sup>

- 
3. Georg Cantor, Mitteilungen über die Lehre vom Transfiniten, 1887/88, S. 378-439

"Wer hier wie überhaupt bei aktual-unendlichen Quantitäten einen Verstoß gegen dasgegen das Widerspruchsprinzip findet, irrt durchaus, indem er den abstraktiven (!) Charakter der "Größe" aus dem Auge verliert und sie fälschlich mit der substantiellen Entität des vorliegenden Quantums identifiziert."

Cantor dreht und windet sich zwischen richtigen Aussagen über das Unendliche und Ergebnisadressen an die katholische Theologie hin und her. Die wirkliche Unendlichkeit darf es laut "Aristoteles" und Thomas von Aquin nicht geben. Nur die abstraktive, was immer das sein mag. So verliert die Abstraktion, das Abziehen von der Realität, die stufenweise Entwicklung des mathematischen Begriffs aus einer in der Realität erkannten Wahrheit bis zur völligen Loslösung von den Zwängen materieller Dinge, ihren Sinn, wird zur hölzernen Floskel, die nicht zuletzt den Schülern den Spaß an der Mathematik verleidet.

"Der alte, so oft wiederholte Satz: "Totum est majus sua parte" [Das Ganze ist größer als der Teil] darf ohne Beweis nur in bezug auf die, dem Ganzen und dem Teile zugrunde liegenden Entitäten zugestanden werden" S. 416 Weder bei den "Entitäten", also Dingen, die's wirklich gibt, Dinge, die sind (von lat.: esse=sein oder ens=das Sein), noch bei den Zahlen hat Cantor damit recht. Beidemale ist der Satz, dass das Ganze größer als der Teil ist, eine Setzung oder Hypothese oder Axiom, was nicht bewiesen werden kann, was aber von jedem der Vernunft zugänglichen Menschen unmittelbar eingesehen wird. Das kann man bereits in den "Elementen" bei Euklid nachlesen. Die vernünftigen Menschen werden heut gern als "naiv" bezeichnet. Das kommt aber nur daher, dass viele Wissenschaftler zum vernünftigen Denken keinen Zugang mehr haben.

<sup>16</sup> Dennoch: de Morgan's Universe und das Universum unterscheiden sich rein formal nicht. In Teil 1 wurde gesagt, dass de Morgans "Verfahren unzulässig" sei, das Universe so zu gebrauchen, wie er es tut.<sup>1</sup> Nun tue ich es selbst- mit dem Unterschied: Die Sätze, ihre Äquivalente und Nebenbedeutungen teilen die Welt, das Universum restlos auf. Die in diesem Universe of Discourse gebildeten Sätze haben nicht mehr den Mangel, den sie dort hatten, nur für den Teilbereich zu gelten, den der Logiktreibende festlegt, sondern sie gelten universell, was für die Größen und Sätze augenscheinlich gilt und für die Schlüsse zu beweisen sein wird.

### **L2.1.3.16-20 Eine Größe, zwei Größen - ein Satz**

---

4. "Die Unbegrenztheit des Raumes besitzt eine größere empirische Gewißheit als irgend eine andere äußere Erfahrung. Hieraus folgt aber die Unendlichkeit keineswegs; vielmehr würde der Raum, wenn man...ihm ein konstantes Krümmungsmaß zuschreibt, notwendig endlich sein" S.284

Bernhard Riemann, Gesammelte mathematische Werke und wissenschaftlicher Nachlaß, 2. Aufl., Leipzig 1892, darin: Ueber die Hypothesen, welche der Geometrie zu Grunde liegen.

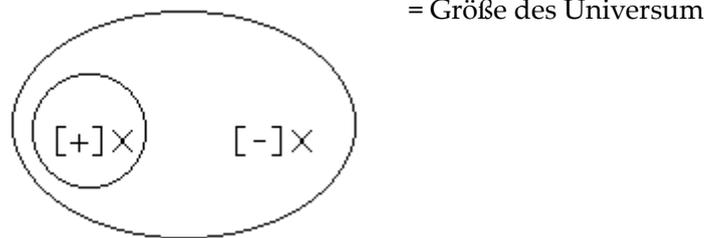
Wenn du dem Ganzen die Form nimmst, so führt das zur Formlosigkeit des Denkens bei den Teilen. 2016 Korrektur: Der Stoff und die Form treten alternativ auf, entweder das eine oder das andere. Die "Grenzenlosigkeit" im Sinne von "ohne Grenze" gilt für die endliche wie für die unendliche Größe gleichermaßen. Denn die endliche Größe ist genauso ohne Grenze wie die unendliche. Und die endliche Grenze ist genauso ohne Größe wie die endliche. Genauer wird das in der Metaphysik und auch in der Physik untersucht. Also sagst du entweder endlich und begrenzt, wenn dein Ganzes endlich ist oder unendlich und begrenzt, wenn dein Ganzes unendlich ist. Endlich und nicht begrenzt gibt es nicht. Dass die Wissenschaftler, die die Form als die "reine Aktualität" bezeichnen, hier nicht protestieren, verwundert nur den, der ihnen lautere Absichten unterstellt.

1. Riemann a.a.O. S. 273, Begriff einer n-fach ausgedehnten Größe.
1. De Morgan legt als Universe ("of Discourse", wie es später von Boole oder Venn genannt wurde) eine bestimmte Größe fest. Beispielsweise Die Tiere. Diese Größe als Grundlage der weiteren logischen Betrachtungen besteht aus Teilen. Etwa Die Menschen. Alles, was außerhalb des Universe of Discourse ist, wird nun beim log. Schließen nicht betrachtet. Obwohl er also hier auch ein Zugeständnis an die Tradition macht, muß man sagen, dass durch ihn die Logik aus ihrem Dornröschenschlaf oder besser aus ihrer Narkose erweckt wurde. Grund genug, ihn zu ignorieren und von seiner epochemachenden Arbeit dem Publikum seine 2 'de Morgan'schen Sätze' in der Schaltalgebra als logisches Vermächtnis zu hinterlassen.

Bei der Erforschung der Grundlagen muß also von den einfachsten Dingen ausgegangen werden. Das sind in der Logik die Größen. Wüßten die Menschen, die sich nicht mit der Philosophie plagen, mit welcher unglaublichen Naivität - gepaart natürlich mit handfesten Interessen ganz unphilosophischer Art - die Forscher an der Ideenlehre Platons festhalten, nach der es in letzter Konsequenz in der Welt logisch zugeht, weil wir uns das so denken und nicht, dass wir logisch denken, weil es in der Welt logisch zugeht, nicht nur die philosophischen und theologischen Fakultäten könnten ihre Koffer packen.<sup>1</sup>

Die Welt als Grundlage jeder Forschung und Wissenschaft ist eine Welt. Außer ihr gibt es nicht noch etwas.

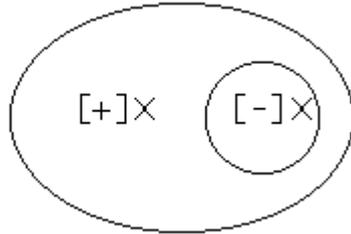
<sup>17</sup> Das Universum oder das Sein, in dem die logischen Sätze gelten, ist das ganze Universum. Für jede Größe  $X$  gilt:  $[+]X$  und  $[-]X$  teilen die Welt in genau zwei Bereiche, in  $X$  und alles außer  $X$ .



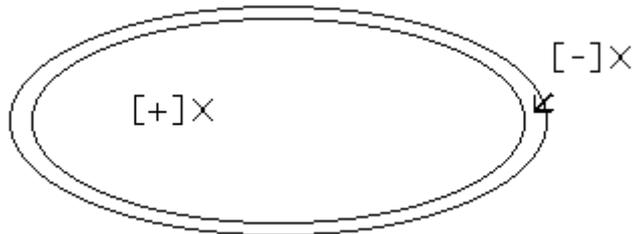
Die im ersten Teil getroffene Vereinbarung, dass alle Größen endlich große Größen sind, gilt nun nicht mehr. Das  $[-]X$  ist unendlich, wenn das  $[+]X$

1. Sokrates/Platon hatte beim Versuch zu erklären, wie es dazu kommt, dass die Menschen sich Begriffe von den Dingen machen, den Einfall, ein "Ideenreich" zu erfinden, in dem die Begriffe von den Dingen unabhängig von den Dingen ewig und unveränderlich existierten. Daher der philosophische Begriff "Idealismus". Heute gibt es tausend Mogelpackungen, unter denen sich der Idealismus versteckt, weil sich seine Vertreter zu Recht seiner schämen. Die dümmste und geläufigste ist es immer noch, den philosophischen Terminus mit dem umgangssprachlichen Idealismus, der das Verfolgen von Idealen meint, gleichzusetzen und den philosophischen Terminus "Materialismus", der von der Welt, wie sie ist, ausgeht und seine Erkenntnisse ihr unterordnet, mit der Gier nach materiellen Gütern. Die Lohnschreiber, die das in tausend Facetten verbreiten, handeln im Auftrag ihrer Herrn, die von materieller Gier besessen sind, ohne irgendein Ideal zu kennen.

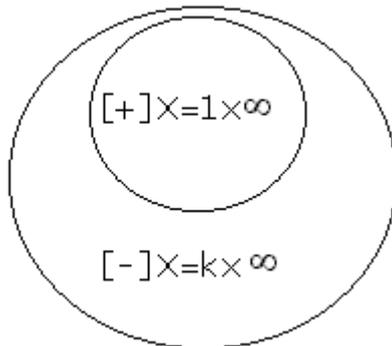
endlich groß ist.



Wenn das  $[-]X$  endlich groß ist, ist  $[+]X$  unendlich groß. Wenn das  $[+]X$  unendlich groß ist, so ist es möglich, dass das  $[-]X$  endlich aber auch dass es unendlich groß ist. Denn angenommen, einer späteren Forschergeneration gelingt es, eine Größe  $[+]X$  zu finden, die um 2 Hektoliter kleiner als das Universum ist, so ist  $[-]X = 2$  Hektoliter groß.

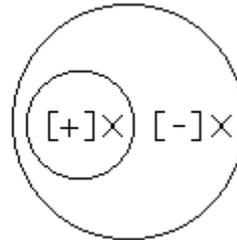


Ist  $[+]X$  aber nur eine unendlich große Größe "ersten Grades", so ist  $[-]X$  vermutlich eine vielfache Unendlichkeit.



<sup>18</sup> In jedem Fall aber teilen  $[+]X$  und  $[-]X$  die Welt in genau zwei Bereiche restlos auf. Diese schlichte Erkenntnis, an der Sie unerschütterlich festhalten müssen, wird Ihnen im wahrsten Sinne des Wortes eine Welt erschließen. Wird, bei endlich großem  $[+]X$ , ein endlich großes Stück von  $[-]X$  abgeschnitten, so ist der verbleibende Teil von  $[-]X$  kleiner als  $[-]X$ , verhält sich also wie jede andere Größe, bei der der Teil kleiner als das Ganze ist, obwohl das Unendliche als Unendliches davon nicht berührt wird.<sup>1</sup>

Die unendliche Welt ist eine stetige, das heißt, lückenlos zusammenhängende Einheit. Wäre sie das nicht, so müßte es leere Stellen in ihr geben, was nicht möglich ist, was ebenfalls in der Kritik der Physik des Aristoteles behandelt werden wird.<sup>1</sup> Da sie eine Einheit ist, so ist die Darstellung des unendlich großen  $[-] \times$ , als Komplement (Ergänzung) des endlichen  $[+] \times$  als



19

richtig.  $[+] \times$  und  $[-] \times$  schließen einander aus, können nicht denselben Ort einnehmen. Jeder Millimeter von  $[+] \times$  nimmt einen anderen Ort ein als jeder

1. Die hier behandelten unendlich großen Größen können wie gesagt nicht nach den Vorschriften der Mengenlehre behandelt werden, wo unterschiedlich große unendlich große Größen bzw. Mengen definitionsgemäß einander äquivalent sind:

"Die Mächtigkeit eines n-fach ausgedehnten stetigen Gebildes ist gleich der Mächtigkeit eines einfach ausgedehnten stetigen Gebildes oder das "unendlich" der Menge der Punkte einer Strecke ist gleich dem "unendlich" der Menge der Punkte eines Raumes." Georg Cantor, Ein Beitrag zur Mannigfaltigkeitslehre (1878), S. 119

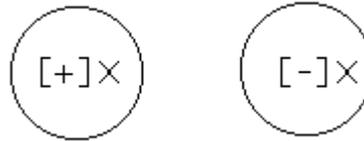
Zwar wird da nie so genau gesagt, dass zwei unterschiedlich große Größen gleich groß sein sollten, sondern es werden Worte wie Äquivalenz oder Gleichmächtigkeit benutzt, aber nicht die Worte, sondern die dahinterstehenden Gedanken zählen- und die müssen hier abgelehnt werden, wo auch die Zahlen als Stellvertreter realer Größen (08/16: das gilt nur im Zusammenhang mit dem Maß, das eine Menge von Größeneinheiten misst; Zahlen haben keine Größe, sondern Menge) gebraucht werden.

Füge ich 1 Element zu einer endlich großen Menge von Elementen, so ändert sich die Zahl der Elemente, aber nicht die Endlichkeit der Zahl.

Füge ich 1 Element zu einer unendlich großen Zahl von Elementen hinzu, so ändert sich die Unendlichkeit der Zahl auch nicht. Plötzlich soll sich aber die Zahl auch nicht ändern. Das ist falsch. Richtig ist, dass jeder Punkt des Stetigen durch keine noch so große n-fache Mannigfaltigkeit von Hinzugesellung anderer Punkte größer als ein Punkt wird, keine Linie zur Fläche, keine Fläche zum Körper. Wohl gemerkt, ich spreche vom Begriff der naturphilosophisch noch nicht geklärten, hier hypothetisch vorausgesetzten realen Größe und ihren mathematischen Stellvertretern, also der allerersten Stufe der Abstraktion von den Dingen, zu der die Philosophen, die sich hoch über den Dingen wähnen, bis heute nicht vorgegangen sind.

Teil von  $[-] \times$ .

Da die beiden Größen  $[+] \times$  und  $[-] \times$  in keinem Atom denselben Ort einnehmen, ist es auch richtig, sie als



darzustellen, wobei klar sein muß, dass sich zur Summe beider Nichts mehr hinzufügen läßt oder anders, dass es zwischen den beiden oder außer den beiden Nichts mehr gibt, weil sie ja als Summe das All sind. Diese Darstellung ist also problematisch, weil sie leicht zum Mißverständnis führen kann, es gäbe doch etwas zwischen beiden. Ich lasse sie erst einmal unter dem genannten Vorbehalt so stehen. Später wird noch ausführlich darauf zurückzukommen sein.

Die Darstellung des Alls hier auf dem Papier als endlich große 'begrenzte' Größe liegt in der Natur der Sache: Zum einen kann ich keine unendlich großen Kreise malen, zum andern bedeutet diese Darstellung nicht Grenze des Grenzenlosen sondern Einheit. Dass die Größe immer eine Grenze hat, wissen wir nur von den endlich großen Größen. 08/16 Korrektur: Größe und Grenze treten nie in Einem, sondern immer alternativ auf, entweder als Grenze oder als Größe. Der einzige Fall, in dem beide gemeinsam auftreten, ist das Maß, das Kerbholz, das sich der Mensch macht, um sich in der Welt zurechtzufinden. Beim Streit mit den Sophisten darf die Prämisse, dass die Größe

- 
1. Die Überheblichkeit gegen den "horror vacui", die "Angst der Natur vor dem Leeren", also der tatsächlich falschen Behandlung des Leeren durch die Alten, soll nur verschleiern, dass wir der Lösung des Problems noch nicht einen Schritt näher sind, so oft das auch behauptet wird. Das einzig Nützliche dazu kam durch die physikalischen Versuche Guericques (1602-1686) und das "Säulenexperiment", die allerdings nur nachweisen, dass der Raum von der Luft befreit werden kann, was seither als luft-"leerer" Raum durch die Schulbücher geistert. Hier versagt die Naturphilosophie, die von der Wissenschaft zum Klatsch verkommen ist. Jeder kann ungestraft jeden nur denkbaren Unsinn über das Leere, den Raum, die Zeit usw. verbreiten, während gleichzeitig - und das ist das eigentlich Komische dabei - die offizielle Physik dem Weltbild des Aristoteles und Thomas von Aquin zu Füßen liegt. Dabei wäre es für eine ernsthaft betriebene Wissenschaft ganz einfach, den Maßstab zu setzen und zu sagen: Wir wissen noch nicht.  
Vgl. Otto von Guericques neue (sogenannte) Magdeburger Versuche über den leeren Raum, Amsterdam 1672.

stets Grenzen habe, nicht zugelassen werden, weil sie für das Grenzenlose nicht nachweisbar ist. Das ist kein Widerspruch zu der oben gemachten Aussage, dass das All unendlich und doch begrenzt ist, denn die Größe des Alls ist von der Logik ausgeschlossen, weil sie kein Komplement hat, das "Nicht-All".

Das All hat die unendlich große Größe, über die hinaus es keine weitere Größe mehr gibt. Die Ausdehnung des Alls wird als Größe behandelt, "von unten her", weil das All an dem Ende, an dem wir uns befinden, immer eine Größe hat, und es keinen Grund zu der Annahme gibt, warum es als Ganzes keine Größe haben sollte.<sup>1</sup>

<sup>20</sup> Als einzige Größe darf aber das All nicht in den logischen Sätzen auftreten, wie weiter unten (S. 57) noch erklärt wird. Wenn es irgendwo einen Grund gibt, sich auf Teilergebnisse der Erkenntnis zu stützen und die Erkenntnis des Ganzen zukünftigen Generationen zu überlassen oder vielleicht auf sie zu verzichten, so ist es hier. Aus der Unerkennbarkeit des Unendlichen oder gar

- 
1. Die Behauptung oder Hypothese, dass das All unendlich sei, ist auch nur ein Analogie-Schluss, also kein richtiger Schluss. Sie läßt sich bislang weder beweisen, noch widerlegen. Man kann auch beides tun, wie die Sophisten und wie es Kant in seinen "Aporien des Unendlichen" von den Sophisten, Platon und Aristoteles entlehnt hat, also "nachweisen", dass es sowohl endlich als auch unendlich sein kann. Das interessiert uns hier aber nicht, weil das eine fruchtlose Debatte ist. Uns interessiert nur, ob sich unter der Annahme der unendlich großen Welt die Logik der endlich und unendlich großen Größen aufstellen und beweisen läßt oder nicht. Wenn ja, soll die Hypothese als wahr gelten.

Die Hypothese der Unendlichkeit läßt sich mit Peanos Analogie der Unendlichkeit der natürlichen Zahlen vergleichen, nur dass wir keinen Zählklaven engagieren brauchen, der eine Einheit hinter die andere fügt und das bis in alle Ewigkeit und nie ans Ende kommt, sondern von der fix und fertigen Unendlichkeit der Welt ausgehen. Wir nehmen uns also bei der Betrachtung der Welt die gleiche Freiheit wie Peano in seinen Axiomen, die die Unendlichkeit der natürlichen Zahlen setzen oder in seiner vollständigen Induktion, die mit der Annahme der Unendlichkeit der natürlichen Zahlen zu Ergebnissen führt, die immer richtig sind, obwohl die Induktion nicht vollständig ist, sondern "nur" eine Analogie, weil sie in Analogie zur Analogie des ersten "Grades" der Unendlichkeit annimmt, es gäbe eine Unendlichkeit, die es nicht gibt, die z. B. bei der Teilung von  $1/n$  die Null wirklich erreicht. Die Zeiten sind vorbei, in denen man hier wie die Katze um den heißen Brei herumschleicht. Das wird eben festgelegt. Wer sollte es verbieten! Statt irreführende Namen wie die famose "potentielle Unendlichkeit", die es ja doch nicht gibt, sollte man lieber analoge Unendlichkeit oder so etwas sagen, was den wirklichen Ursprung des Terminus deutlich macht.

des Alls als Ganzem aber die Wissenschaft ins Akzidentielle hinabzuzerren und das ziellose Stochern in den Erscheinungen als das Wesen der Erkenntnis zu bezeichnen, auf ein Weltbild völlig zu verzichten und das als Weltbild auszugeben, ist eine der großen Leistungen der Scharlatane der Philosophie der letzten Jahrhunderte.<sup>1</sup> 21

### L2.1.4.21-29 Satz

Ein Satz ist die Bezeichnung eines Gegenstandes, von dem etwas gesagt wird. Oder "Ein Satz ist die Bezeichnung eines Gegenstandes (Größe!) mit zwei Namen. Oder: Ein Satz ist die Feststellung der Identität eines Gegenstandes mit zwei Namen. Oder: Ein Satz ist die Feststellung des Seins eines Gegenstandes mit zwei Namen.

- 
1. z. B. Ernst Mach (Zusatz Juli 2004: Als ich das in den Achzigern schrieb, war ich noch von Lenins "Materialismus und Empiriokritizismus" beeinflusst, der Mach sicher nicht ganz gerecht wird, was andererseits aber das einzige ernstzunehmende Werk ist, das sich der undankbaren Aufgabe unterzogen hat, die unter den Physikern herrschende Sucht zu bekämpfen, die Welt als das Produkt ihres Hirns zu bezeichnen.) oder früher Berkeley oder die sog. "Positivisten", deren philosophischer Gehalt darauf hinausläuft zu sagen, die Welt ist das, was in meinem Kopf ist, weil ich nicht beweisen kann, dass es die Welt außerhalb meines Kopfes gibt. Die gedankliche Auseinandersetzung damit lohnt nicht, eine Ohrfeige oder den Kaffee übers Jackett sind die einzigen Beweise der Existenz der Welt, oder wenn der Beklekkerte darauf besteht, sind sie halt nur im Kopf des Geohrfeigten, also für den nicht existenten Ohrfeiger folgenlos. Ernsthaft: Es sieht auf den ersten Blick so aus, als ob ich mir selbst widerspräche, da ich fordere, sich auf Teilergebnisse der Erkenntnis zu stützen und auf die Erkenntnis des Ganzen vielleicht ganz zu verzichten, aber genau das, den Verzicht auf ein Bild des Ganzen und die alleinige Berufung auf Teilerkenntnisse, den Sophisten zum Vorwurf mache. Hier muß man zwei Dinge auseinanderhalten, ein Weltbild und die Erkenntnis der Welt. Das Weltbild, das ich zeichne, begnügt sich mit der Aussage, dass die Welt unendlich groß ist, aus  $+x$  und  $-x$  besteht und den anderen Hypothesen. Das sind dürftige Aussagen, aber es sind welche, mit denen man arbeiten kann. Sie sind weit davon entfernt, die Erkenntnis der Welt zu sein. Wenn man schon seinen philosophischen Segen für die Einsichten eines Kleinkindes braucht, dann sollte man es mit Kant halten: "...so bleibt es immer ein Skandal der Philosophie und allgemeinen Menschenvernunft, das Dasein der Dinge außer uns (von denen wir doch den ganzen Stoff zu Erkenntnissen selbst für unsern inneren Sinn her haben) bloß auf G l a u b e n annehmen zu müssen"
- Kant über Berkeley in Kritik der reinen Vernunft, Bd. 1, S. 38, Ffm. 1956

Dieses da als "Ganz Mensch" und "Teil Lebewesen".

Ferner sagt der Satz, in welcher quantitativen Beziehung die durch die beiden Namen bezeichneten ganzen Dinge zueinander stehen: Aus alle Menschen sind Teil der Lebewesen folgt

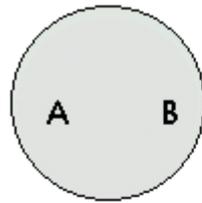
alle Lebewesen > alle Menschen,

weil das Ganze größer als der Teil ist". (Logik, Teil 1, S. 17)

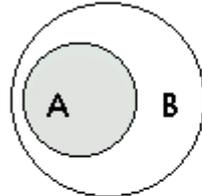
Der logische Satz heißt "A ist B".

Dass der Satz einer ist, wußte man schon immer irgendwie, hat aber gerade da, wo er sagt, dass er einer ist, den Satz getrennt, nämlich beim "ist". Das "ist" ist genau das gleiche wie das "=" in der mathematischen Formelsprache oder das "≡" der logischen Formelsprache. Aus dem "ist" wurde im Laufe der Logikgeschichte bei der Sektion des Satzes das "ist nicht", "ist teilweise" usw., und das wurde dann wieder dem A zugeschlagen oder im Ungewissen stehengelassen; was dann da stand, das A und das B, erschien nun getrennt, - nachdem man es getrennt hatte. Was Wunder. Das grammatische Prädikat "ist" spielt im logischen Satz gegenüber A und B die gleiche Rolle, die des Gleichmachers oder eine verschwindende Rolle. Die angesprochenen Teile von A und B sind beide gleichberechtigte Teile des Satzes. Mehr noch, sie sind identisch. Der Satz kann  $B=A$  oder  $A=B$  heißen. A und B selbst sind Größen oder Teile von Größen. Die "idealistische" Logik konnte nie darauf kommen, dass A und B identisch sind, weil Begriff A und Begriff B nur als 2 nicht teilbare Ganze gesehen wurden.

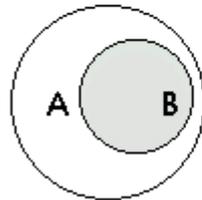
<sup>22</sup> Die Größen im logischen Satz stehen in einer von vier Größen-Beziehungen. Bitte beachten Sie, dass die A und B teilweise oder ganz denselben Ort einnehmen, also das gerade Gegenteil der oben geschilderten Zweiteilung der Welt in  $[+]X$  und  $[-]X$  in einem Bild darstellen.



**Ganzes A : Ganzes B**



**Ganzes A : Teil B**



**Teil A : Ganzes B**



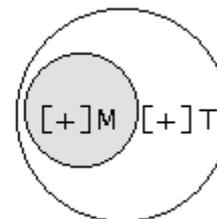
**Teil A : Teil B**

Aus den Zeichnungen der Beziehungen zweier ganzer Größen zueinander lassen sich mehrere logische Sätze able-

sen.

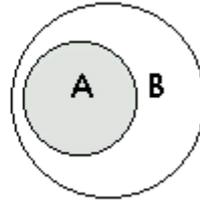
"Alle Menschen sind Tiere."

ist so ein logischer Satz. Die beiden ganzen A und B sind "alle Menschen" und "alle Tiere". Die Menschen und die Tiere nehmen eine bestimmte Größe ein,  $A_m^3$  und  $B_m^3$ . Die Größe des ganzen Satzes ist das ganze M und ein Teil von T.



<sup>23</sup> Allein die Größe der Dinge interessiert uns hier, also ihre "Kubikmeter". "Alle Menschen" könnten andernfalls als Teil "aller Tiere" nicht in eine logische Größen-Beziehung gebracht werden.<sup>1</sup>

Woraus diese Größe besteht, was sie ist, wissen wir bis heute nicht, was wir aber wissen, ist, dass es sie gibt und dass die ganze Größe B größer ist als die ganze Größe A, da A ein Teil von B ist, also denselben Ort einnimmt wie ein Teil von B



Die ganzen Größen A und B stehen hier im Verhältnis von

Ganzes A	:	Teil B	Größenverhältnis Satz logischer Satz logischer Satz
Alle Menschen	sind	Teil der Tiere	
Ganz A	ist	Teil von B	
[+] A	=	(+) B	

1. Auch hier humpelt die Logik der Mathematik wieder hinterher. Dort können sorglos unendlich viele Größen ineinandergeschachtelt werden, ohne dass das zu Widersprüchen führt. Da gibt es auf der einen Seite die Satzlogik, die weiß, dass die Sätze Einheiten sind, die aber von der inneren Struktur der Sätze abstrahiert; und dann gibt es das "Fossil" der "aristotelischen" Logik, die ihren Ursprung, die Größen verleugnet, und A und B natürlich nicht als Einheit erkennen kann, weil Begriffe nicht Teil und Ganzes sein können.

Boole erkennt zwar die Bedeutung der Einheit und der Identität: "To express the Proposition, All Xs are Ys.

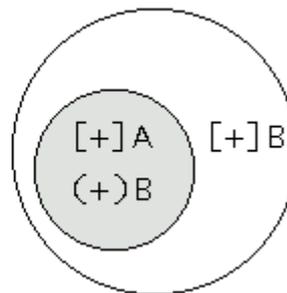
As all the Xs which exist are found in the class Y, it is obvious to select out of the Universe all Ys, and from these to select all Xs, is the same as to select at once from the Universe all Xs.

Hence  $xy=x$ ,

also nur der Teil vom ganzen X und der Teil vom ganzen Y, der identisch ist, das X selbst, interessiert. Er richtet dann aber Chaos an, wenn er Teil und Ganzes formalisieren will. Vgl. George Boole, The Mathematical Analysis of Logic, Cambridge 1847, S. 20ff Bemerkenswert ist, dass Boole das Eine und das Ganze als identisch erkennt.

" [ + ] "	bedeutet "ganz, alle"
" ( + ) "	bedeutet "Teil, einige"
" = "	bedeutet "ist identisch"

Das "=" kennzeichnet den Unterschied zwischen der anschaulichen zeichnerischen Ebene mit den ganzen Größen A und B und dem logischen Satz. Während in der "anschaulichen" Ebene die Beziehung der beiden ganzen Größen zueinander gezeigt wird, handelt der logische Satz nur von den Teilen von A und B, die identisch sind.



24

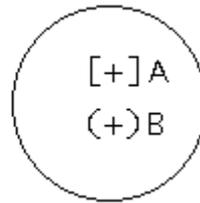
Der Teil von B, der identisch mit [+] A ist, ist der Satz oder richtig: die Größe von der der Satz handelt. Ich beuge aus Bequemlichkeit und wegen des Sprachflusses diese sprachliche Ungenauigkeit und überlasse es dem Leser, sich die richtige Formulierung dazuzudenken oder aus der Umformulierung eine Wissenschaft zu machen.<sup>1</sup> Die Identität der beiden Satzteile ist eine physische, reale Identität, nicht "nur" eine mathematische oder abstrakte Identität. Die beiden Teile des Satzes nehmen denselben Ort ein. Der überstehende nicht hervorgehobene Teil gehört nicht zum Satz. Die genaue Darstellung ist also

---

1. Ludwig Wittgenstein, Tractatus logico philosophicus, Frankfurt am Main (1918) 1960

"Die Gegenstände kann ich nur nennen. Zeichen vertreten sie. Ich kann von ihnen sprechen, aussprechen kann ich sie nicht." S.221 Das muß einem schließlich gesagt werden. Was mir aber noch dringlicher erscheint, ist: "Kann ich mit dem Wort "bububu" meinen "Wenn es regnet, werde ich spazierengehen?" Oder was ist wichtiger, als sich klar zu werden über das Wort: "juwiwallera"? S.295 Da merkt man doch, wozu der fürnehm lateinische Titel gut ist.

Die grafische Darstellung oben mit (+)B und [+]B wird in "Herleitung" eine wichtige Rolle spielen.

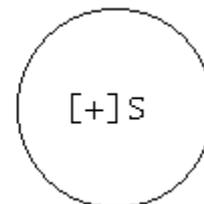
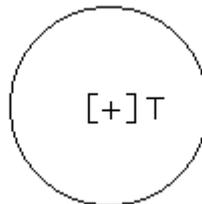


die Identität von  $[+]A$  und  $(+)B$ . Der "Teil der Tiere", der "alle Menschen" ist, nimmt denselben Ort wie diese ein. Der Satz ist die Bezeichnung ein und desselben Gegenstandes mit zwei Begriffen (der Nennung und Beschreibung des Subjekts unter Auslassung des Prädikats, das immer "=" ist). Nach Abschluss der einleitenden Untersuchungen wird sich zeigen, dass diese Darstellung des <sup>25</sup> Satzes für die Aufstellung der Logik die geeignetste ist. Wir werden zunächst die ganzen Größen des Satzes auf der anschaulichen Ebene betrachten.

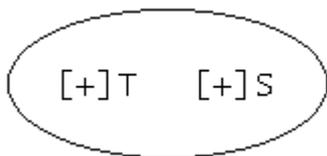
Ein zweiter Satz "B ist C":

"Kein Tier ist ein Stein."

Wie sieht die Beziehung der beiden ganzen Größen  $[+]B$  und  $[+]C$  zueinander zeichnerisch aus?

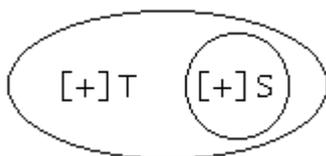


$[+]T$  und  $[+]S$  stehen scheinbar in keiner der 4 oben geforderten Beziehungen zueinander (S.22). Setzen wir nämlich ein, so ergibt sich



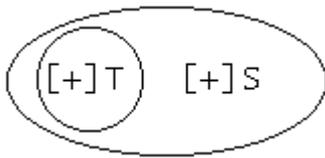
$[+]T = [+]S$

Alle Tiere sind alle Steine.

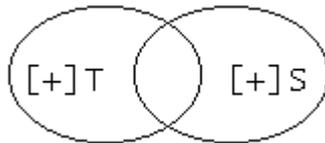


$(+)T = [+]S$

Ein Teil der Tiere sind alle Steine.



$[+]T = (+)S$  Alle Tiere sind ein Teil der Steine.



$(+)T = (+)S$  Ein Teil der Tiere ist ein Teil der Steine

<sup>26</sup> Alle Sätze sind falsch.<sup>1</sup> Wie lassen sich zwei verschiedene Größen  $[+]T$  und  $[+]S$ , die umgangssprachlich in "keiner" Beziehung zueinander stehen und die zeichnerisch "getrennt" voneinander dargestellt werden, als eine Beziehung von Teil:Ganzes usw. zueinander darstellen?

Wir haben zwar eben Größen wie "alle Menschen" und "alle Tiere" als die selbstverständlichste Sache der Welt gebraucht. Das konnten wir, weil wir uns auf den kleinen Zipfel der Welt bezogen haben, den wir einigermaßen kennen. Der Rest der Welt blieb bei der Betrachtung dieser beiden Größen scheinbar außer acht. Scheinbar. Es genügt, " $[+]A$ " zu sagen, um damit gleichzeitig zu sagen "die ganze Welt außer  $[+]A$  nicht". Denn wäre irgend ein anderer Teil der Welt auch  $(+)A$ , so wäre " $[+]A$ " falsch, da " $[+]A$ " dann nur ein Teil von  $A$  wäre. Wer also " $[+]Willi$ " sagt, führt zugleich das ganze Universum im Mund, weil er voraussetzt, dass alles außer  $[+]Willi$ : nicht Willi,  $[-]W$  ist. Die Welt besteht also aus  $[+]W$  und  $[-]W$ . Hier liegt die Erklärung dafür, dass jedes Kind der geborene Logiker ist, ohne eine Zeile des Aristoteles gelesen zu haben. Das wird sich am Ende der Arbeit aufs Schönste bestätigen.

Was für  $[+]Willi$  und  $[-]Willi$  gilt, gilt für jede andere Größe. Die Welt besteht aus  $[+]Tiere$  und  $[-]Tiere$ , oder sie besteht aus  $[+]Steine$  und  $[-]Steine$ . Beide Paare sind als Summe beidemale die ganze Welt. Beide Größenpaare mit entgegengesetztem Vorzeichen schließen einander aus, können in keinem Fall denselben Ort einnehmen,  $[+]T$  kann nicht  $[-]T$ , und  $[+]S$  kann nicht  $[-]S$  sein, das wäre ein Widerspruch, der auf keinen Fall eintreten darf und zugleich das sicherste Mittel der Erkenntnis von wahr und falsch ist.<sup>2</sup>

<sup>27</sup> Fassen wir zusammen, was wir von  $[\pm]T$  und  $[\pm]S$  wissen, zeichnen Sie

1. Ich nehme einmal an, dass alle Tiere kerngesund sind und lasse die Gallen- und Nierensteine außen vor.

Kreise:

Die Welt besteht aus  $[+]$ T und  $[-]$ T oder aus  $[+]$ S und  $[-]$ S

$[+]$ T kann nirgendwo mit  $[-]$ T denselben Ort einnehmen.

$[+]$ T ist endlich groß, wenn es nur endlich viele endlich große Tiere gibt; es ist unendlich groß, wenn es unendlich viele oder unendlich große Tiere gibt; es ist aber klein im Verhältnis zum All, also auch zu  $[-]$ T.

$[+]$ T kann nirgendwo mit  $[+]$ S denselben Ort einnehmen.

$[+]$ S ist endlich groß, wenn es nur endlich viele endlich große Steine gibt; es ist unendlich groß, wenn es unendlich viele oder unendlich große Steine gibt; es ist aber klein im Verhältnis zum All, also auch zu  $[-]$ S.

Da  $[+]$ T keinen Ort mit  $[+]$ S gemeinsam hat, die Welt aus  $[+]$ S und  $[-]$ S besteht und da  $[+]$ T klein und  $[-]$ S unendlich groß sind, so muß  $[+]$ T ein Teil von  $[-]$ S sein:  $[+]$ T =  $(-)$ S.

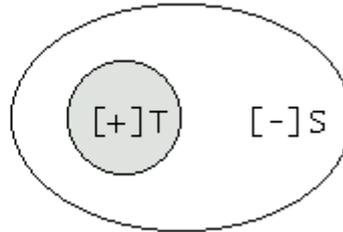
Umgekehrt: Da  $[+]$ S keinen Ort mit  $[+]$ T gemeinsam hat, die Welt aus  $[+]$ T und  $[-]$ T besteht und da  $[+]$ S klein und  $[-]$ T unendlich groß sind, so muß  $[+]$ S ein Teil von  $[-]$ T sein:  $[+]$ S =  $(-)$ T. Und da die beiden Seiten unserer Satzgleichung "kommutativ" sind, also linke und rechte Seite sich (mit den Vorzeichen!) vertauschen las-

2. "...und das sicherste unter allen Prinzipien ist dasjenige, bei welchem eine Täuschung unmöglich ist; denn ein solches muß notwendig am erkennbarsten sein...und voraussetzungslos. Denn ein Prinzip, das jeder notwendig besitzen muß, ...der irgend etwas erkennen soll, das muß er schon zum Erkennen mitbringen. Dass ein so beschaffenes Prinzip das sicherste unter allen ist, leuchtet ein; welches aber dies ist, wollen wir nun angeben. Dass nämlich dasselbe demselben in derselben Beziehung...unmöglich zugleich zukommen und nicht zukommen kann, das ist das sicherste unter allen Prinzipien..., da es unmöglich ist, dass jemand annehme, dasselbe sei und sei nicht...Daher kommen alle, die einen Beweis führen, auf diese letzte Annahme zurück; denn dies Prinzip ist seinem Wesen nach zugleich Prinzip der anderen Axiome...

Manche verlangen nun aus Mangel an Bildung, man solle auch dies beweisen; denn Mangel an Bildung ist es, wenn man nicht weiß, wofür ein Beweis zu suchen ist und wofür nicht. Denn dass es überhaupt für alles einen Beweis gebe, ist unmöglich, denn sonst würde ja ein Fortschritt ins Unendliche eintreten und auch so kein Beweis stattfinden." Aristoteles, "Metaphysik", Buch IV, Kap. 3, Felix Meiner Verlag, Hamburg 1978

sen,  $(-) T = [+] S$ .

Betrachten wir uns also die Tiere und Steine mit den neuen Erkenntnissen noch einmal zeichnerisch. Die Tiere sind nun darstellbar als Teil einer eindeutig bestimmten Größe: der "Nicht-Steine".



Alle Tiere sind Teil der Nicht-Steine.

$[+] T = (-) S$

$[]$  bedeutet "ganz"

$()$  bedeutet "teil"

$(-) S$  bedeutet "Teil von  $[-] S$ "

$[-] S$  bedeutet "Ganz Nicht-S" (alles, was nicht  $[+] S$  ist)

<sup>28</sup> Beides,  $[+] T$  und  $[-] S$  sind Größen, die sich als Ganzes : Teil verhalten. Die eine,  $[+] T$ , ist eine endlich große Größe, vorausgesetzt es gibt nur endlich viele endlich große Tiere in der ganzen Welt. Die andere,  $[-] S$ , nimmt eine Größe ein, die das All umfaßt aber kleiner als das All ist, nämlich das All außer den Steinen.<sup>1</sup>

Die geforderte Teil:Ganzes-Beziehung gilt also für den allgemein negativen (verneinenden!<sup>2</sup>) Satz genauso wie für die anderen. Die beiden Satzteile  $[+] T$

- 
1. Diese Größe, das All außer den Steinen, kann: Tiere plus eine unendlich große Größe, Tiere plus eine endlich große Größe oder Tiere plus eine unendlich kleine Größe sein! Denn angenommen, die Welt bestünde aus den Tieren, den Steinen und der endlich oder unendlich kleinen Größe  $[+] X$ , so wäre  
Die zeichnerische Darstellung wäre also immer noch richtig, da  $[+] \text{Tier} < [-] \text{Stein}$  wäre.  $[+] S$  und  $[-] S$  schließen einander aus, während  $[+] T$  und  $[-] S$  Teil und Ganzes bzw. Ganzes und Teil sind:  $[+] T = (-) S$ .  
Die wahrscheinlichste Annahme ist natürlich, dass  $[+] X$  eine unendlich große Größe ist, da der uns bekannte Teil des Universums einen riesigen Raum frei läßt, in dem kein Gedrängel von Steinen und Tieren ist.
  2. August 2016: In Logik 2.1 und Logik 2.2 gehe ich mit den Begriffen "negativ" und "verneinend" bzw. "positiv" und "bejahend" noch sorglos um: Negiert wird eine Größe von einer positiven in eine negative und umgekehrt. Eine Verneinung ist ein Satz mit zwei entgegengesetzten Vorzeichen, eine Bejahung ein Satz, mit zwei gleichen Vorzeichen. Ich habe alle Stellen vis auf diese korrigiert.

und  $(-)$  S nehmen denselben Ort ein. Es ist nur die Macht der Gewohnheit die beiden Glieder als in "keiner" Beziehung sich vorzustellen. Das A ist ein Teil dessen, was das B nicht ist. Das, was das B nicht ist, ist eine unendlich große Größe, aber mit der gehen wir ganz genauso um wie mit jeder x-beliebigen Größe. Alle naturphilosophischen und außerlogischen Fragen interessieren uns nicht. Ist die Größe  $[+]A$  kleiner als  $[-]B$ , und hat  $[+]A$  kein Atom mit  $[+]B$  gemein, so ist sie ein Teil von  $[-]B$ , weil die Welt aus  $[+]B$  und  $[-]B$  besteht.

<sup>29</sup> Jetzt sind alle Zeichen, die in der Arbeit benutzt werden, bekannt. Es ist für das weitere Verständnis sehr wichtig, ihre genaue Bedeutung zu kennen.

$A, B, C, ( ), [ ], -, +, =$  sind in der vorliegenden Arbeit die einzigen Zeichen, die Sie sich merken müssen.

Gottlob Frege drückt aus der Sicht eines Logikers der Mathematik den Zusammenhang zwischen der Sache und den logischen Zeichen treffend aus:

"In den abstracteren Theilen der Wissenschaft macht sich immer wieder auf's Neue der Mangel eines Mittels fühlbar, Mißverständnisse bei Anderen und zugleich Fehler im eigenen Denken zu vermeiden. Beide haben ihre Ursache in der Unvollkommenheit der Sprache. Denn der sinnlichen Zeichen bedürfen wir nun einmal zum Denken. Unsere Aufmerksamkeit ist von Natur aus nach außen gerichtet. Die Sinneseindrücke überragen die Erinnerungsbilder an Lebhaftigkeit so sehr, dass sie den Verlauf unserer Vorstellungen zunächst wie bei den Thieren fast allein bestimmen. Und dieser Abhängigkeit würden wir auch kaum je entrinnen können, wenn nicht die Außenwelt auch einigermaßen von uns abhängig wäre. Schon die meisten Thiere haben durch die Fähigkeit der Ortsveränderung einen Einfluß auf ihre Sinneseindrücke: sie können die einen fliehen, die anderen suchen. Und das nicht allein: sie können auch umgestaltend auf die Dinge wirken. Diese Fähigkeit hat nun der Mensch in bei weitem größerem Maße. Dennoch würde unser Vorstellungsverlauf auch dadurch noch nicht die volle Freiheit gewinnen; er würde auf das beschränkt seyn, was unsere Hand gestalten, unsere Stimme zu tönen vermag, ohne die große Erfindung der Zeichen, die uns gegenwärtig machen, was abwesend, unsichtbar, vielleicht unsinnlich ist...So dringen wir Schritt für Schritt in die innere Welt unserer Vorstellungen ein und bewegen uns darin nach Belieben, indem wir das Sinnliche selbst benutzen, um uns von seinem Zwange zu befreien. Die Zeichen sind für das Denken von derselben Bedeutung wie für die Schifffahrt die Erfindung, den Wind zu gebrauchen, um gegen den Wind zu segeln. Deshalb verachte niemand die Zeichen! Von

ihrer zweckmäßigen Wahl hängt nicht wenig ab. Ihr Werth wird auch dadurch nicht vermindert, dass wir nach langer Uebung nicht mehr nöthig haben, das Zeichen wirklich hervorzubringen, dass wir nicht mehr laut zu sprechen brauchen, um zu denken; denn in Worten denken wir trotzdem und, wenn nicht in Worten, doch in mathematischen und anderen Zeichen.

Wir würden uns ohne Zeichen auch schwerlich zum begrifflichen Denken erheben. Indem wir nämlich verschiedenen aber ähnlichen Dingen dasselbe Zeichen geben, bezeichnen wir eigentlich nicht mehr das einzelne Ding, sondern das ihnen Gemeinsame, den Begriff. Und diesen gewinnen wir erst dadurch, dass wir ihn bezeichnen; denn da er an sich unanschaulich ist, bedarf er eines anschaulichen Vertreters, um uns erscheinen zu können. So erschließt uns das Sinnliche die Welt des Unsinnlichen." *Gottlob Frege, Ueber die wissenschaftliche Berechtigung einer Begriffsschrift. in Begriffsschrift und andere Aufsätze, Georg Olms Verlag, Hildesheim New York, 1977*

Das Kauderwelsch an Zeichen in Bereichen der modernen Logik, das oft nur den Mangel an Erkenntnis übertüncht, steht auf einem anderen Blatt.

Als ich 1985 meine ersten schüchternen Versuche unternahm, bei den deutschen Universitäten und Verlagen mit meiner damaligen Version der "Reform der Analytik des Aristoteles" zu landen, erhielt ich Ratschläge wie:

"Der formal-logische Gehalt Ihrer Arbeit gehört zum wohlbekanntem Repertoire der Aussagenlogik bzw. Mengenlehre; ich empfehle Ihnen die einschlägige Literatur zu konsultieren (z. B. A. Oberschelp, Elementare Logik und Mengenlehre I,II, BI-Hochschultaschenbücher 407,408).", vom Mathematischen Institut der Universität zu Köln, Prof. Dr. M. Armbrust, was ich brav getan habe. Ich will ja nicht dumm sterben. In Band 1 formalisiert Oberschelp den Satz: "Keine Frau ist bislang auf dem Mond gelandet..." so:

„ $\exists v_m (v_m \in \text{Frauen} \wedge \exists v_z (v_z \leq \text{jetzt} \wedge \langle v_m, v_z, \text{Mond} \rangle \in \text{landet auf}))$ .“

Man kann darüber streiten, ob diese "Formalisierung" besser ist als  $[+] F = (-) M$ , [...] "Alle Frauen sind Teil der nicht auf dem Mond Gelandeten." Soviel steht fest: Der formal-logische Gehalt meiner Arbeit, auch der noch lückenhaften und fehlerhaften Version von 1985 - gehört nicht zum einschlägigen Repertoire weder der Aussagenlogik noch der Mengenlehre, denn nirgendwo finde ich die fehlenden Schlüsse der endlichen und natürlich nicht der Logik der unendlich großen Größen, noch finde ich eine gescheite Formalisierung der Größen und Sätze.

Die konnte ich dort auch nicht finden, so kann ich heute ergänzen, weil es in

der Mathematik die Größe, den Teil und das Ganze nicht gibt, sondern nur die Menge, die Eins und die Vielen.

Die Logik der Größen steht in direktem Gegensatz zu Glaubenssätzen der elementaren Logik und Sätzen der Mengenlehre. Die Verbindung von Aussagenlogik und Größenlogik ist eine noch vollständig ungelöste Aufgabe. Zum einschlägigen Repertoire derer, die mir aus den Universitäten und Verlagen überhaupt geantwortet haben, gehört bis auf wenige Ausnahmen (sie sind schnell aufgezählt, Felix Meiner Verlag: Manfred Meiner und Horst D. Brandt, Ruhr-Universität Bochum: Prof. Dr. Albert Menne, Universität Koblenz Landau/Philosophisch-Theologische Hochschule Vallendar: Prof. Dr. Bruno H. Reifenrath, FernUniversität Hagen: Dr. Wilfried Lange, später kam noch v. Freytag-Löringhoff hinzu) vielmehr eine gesunde Ignoranz der Grundlagen der Logik. <sup>30</sup>

### L2.1.5.30-34 16 Sätze

Der Satz gibt der Größe zwei Namen, z. B. "Mensch" und "Lebewesen" (der Satz handelt von einem Gegenstand, von dem etwas gesagt wird), die in einer der geforderten Beziehungen von Teil und Ganzem zueinander stehen. Also:

"Ganz Mensch"(alle Menschen) und "Teil Lebewesen"	: [ + ] M= ( + ) L
"Ganz Mensch" und "Teil Nichtstein"	: [ + ] M= ( - ) S
"Teil Schleswig-Holsteiner" und "Teil Deutschsprachige"	: ( + ) SH= ( + ) D

usw. Oder in Hochsprache: Alle Menschen sind Lebewesen, kein Mensch ist ein Stein, ein Teil der Schleswig-Holsteiner spricht deutsch (ein anderer dänisch).

Aus den vier der mathematischen Zeichensprache entlehnten Repräsentanten der Größenarten

allgemeine

[ + ] ganz (alle)

[ - ] ganz nicht (alles, was nicht)

eingeschränkte

( + ) Teil (einige)

( - ) Teil nicht (einige, die nicht)

- Größe (Teil) und Menge (einige) fallen in Eins, weil nur von Mengen die Rede ist, deren Teile Größen haben und die daher als Ganzes auch Größen ("Kubikmeter") sind (haben) -

<sup>31</sup> und den zwei Satzteilen A und B ergeben sich genau 16 mögliche Satzarten.

Positiv (**Bejahend**) heißt ein Satz, der zwei positive Vorzeichen hat, verneinend ein Satz, der mindestens ein negatives Vorzeichen hat, allgemein ein Satz mit mindestens einem allgemeinen und eingeschränkt ein Satz mit zwei eingeschränkten Vorzeichen.

**L2.1.5.1.31-34 Die Sätze**

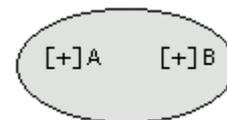
Bei den nachstehenden Zeichnungen der Sätze mit den ganzen Größen treten genau die 4 auf S. 22 geforderten Größenbeziehungen auf:

Ganzes	:	Ganzes	Sätze 1 und 2
Teil	:	Ganzes	
		und	
Ganzes	:	Teil	Sätze 3 bis 6
Teil	:	Teil	Sätze 7 bis 10

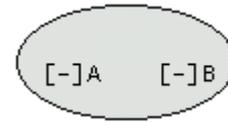
Die ersten 12 Sätze sind zu 6 Satzpaaren (1 bis 6) zusammengefaßt. Das sind die allgemeinen Sätze, die Sätze mit mindestens einem allgemeinen Größenzeichen.

Versuchen Sie, wo es geht, Beispielbegriffe für A und B einzusetzen. Sie werden sehen, dass pro Satzpaar ein Begriffspaar genügt.

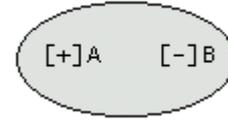
1            [ + ] A = [ + ] B    Ganz + A    ist gleich    ganz + B



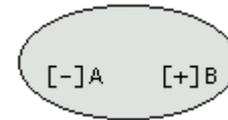
$[-]A = [-]B$  Ganz - A ist gleich ganz - B



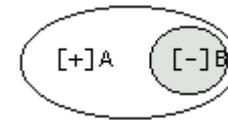
2  $[+]A = [-]B$  Ganz + A ist gleich ganz - B



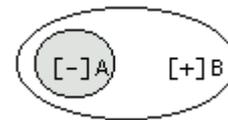
$[-]A = [-]B$  Ganz - A ist gleich ganz + B



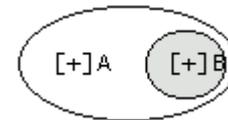
3  $(+)A = [-]B$  Ein Teil von + A ist gleich ganz - B



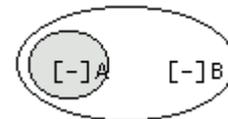
$[-]A = (+)B$  Ganz - A ist gleich Teil + B



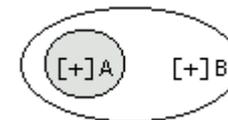
4  $(+)A = [+]B$  Teil + A ist gleich ganz + B



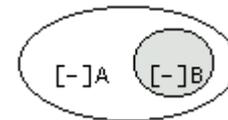
$[-]A = (-)B$  Ganz - A ist gleich Teil - B



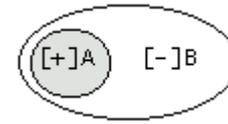
5  $[+]A = (+)B$  Ganz + A ist gleich Teil + B



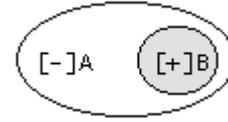
$(-)A = [-]B$  Teil - A ist gleich ganz - B



6             $[+]A = (-)B$     Ganz + A    ist gleich    Teil - B

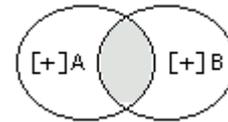


$(-)A = [+]B$     Teil - A    ist gleich    ganz + B

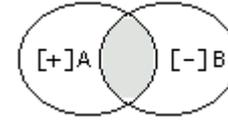


eingeschränkte (mit zwei eingeschränkten Größenzeichen)

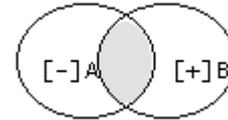
7             $(+)A = (+)B$     Teil + A    ist gleich    Teil + B



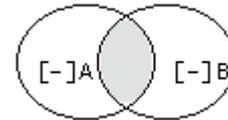
8             $(+)A = (-)B$     Teil + A    ist gleich    Teil - B



9             $(-)A = (+)B$     Teil - A    ist gleich    Teil + B

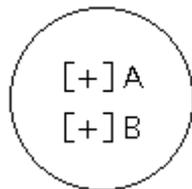


10            $(-)A = (-)B$     Teil - A    ist gleich    Teil - B



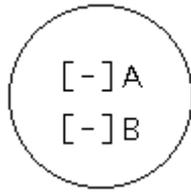
<sup>33</sup> Werden nur die Größen der Sätze gezeichnet, so entfallen die überstehenden Teile ab Satz 3, und die Umfangzeichen allein geben Auskunft über die Teil:Ganzes-Beziehung:

1             $[+]A = [+]B$



$[+]A = [+]Menschen$   
 $[+]B = [+]lesefähigen Tiere$

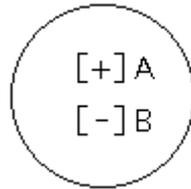
$[-]A = [-]B$



wie oben <sup>a</sup>

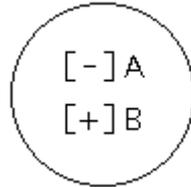
2

$[+]A = [-]B$



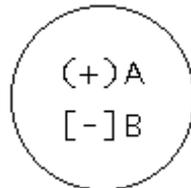
vorerst kein Beispiel

$[-]A = [+]B$



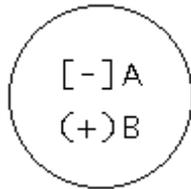
3

$(+)A = [-]B$



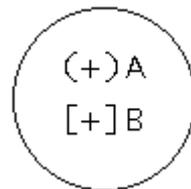
vorerst kein Beispiel

$[-]A = (+)B$



4

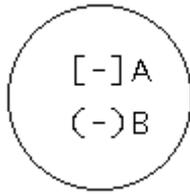
$(+)A = [+]B$



$[+]A = [+]$  chemische Verbindungen

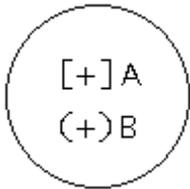
$[+]B = [+]$  Säuren

34 [-]A = (-)B



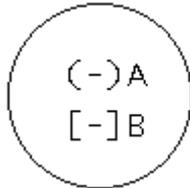
wie oben (dabei ist alles, was keine chem. Verbindung ist, der Raum, von dem ich hypothetisch annehme, dass er keine chemische Verbindung ist, und zu ihm gehörige Dinge wie elektromagnetische Wellen oder eventuelle Gravitationswellen)

5 [+]A = (+)B



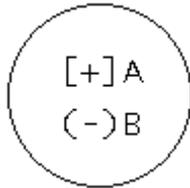
[+]A = [+] Säuren  
 [+]B = [+] chemische Verbindungen

(-)A = [-]B



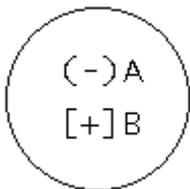
wie oben

6 [+]A = (-)B



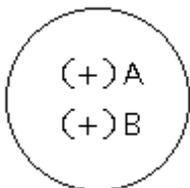
[+]A = [+] Menschen  
 [+]B = [+] Steine

(-)A = [+]B



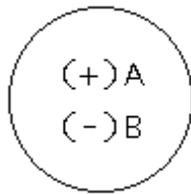
wie oben

7 (+)A = (+)B

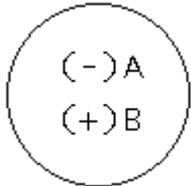


[+]A = [+] Säugetiere  
 [+]B = [+] Meerestiere

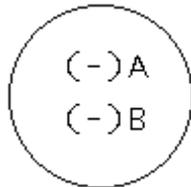
8      (+) A = (-) B      wie 7



9      (-) A = (+) B      wie 7



10     (-) A = (-) B      wie 7



- a. Der Satz "Alle Nicht-Menschen sind alle nicht lesefähigen Tiere" (der berühmte "Nicht-Sokrates" der - auch bei Aristoteles - für so viel Verwirrung gesorgt hat) ist mißverständlich und falsch; es heißt "Alles, was nicht Mensch ist ist alles, was nicht lesefähiges Tier ist." Auf irreführende Begriffe wie "Nicht-Mensch" verzichte ich daher ab jetzt und sage

"[-] Mensch"

"[+] Mensch"

"(+) M"

"(-) M"

Also: "[-] M = [-] L". 35

### L2.1.6.35-58 Allgemeine Sätze und Universum

Die ersten 12 Sätze sind als 6 Satzpaare 1-6 zusammengefaßt. Das sind die allgemein "äquivalenten" Sätze. Greifen wir etwas zurück.

In Teil 1 war zu sehen, dass die Sätze 6:

A ist nicht B                                      und      B ist nicht A, genauer

Ganz A ist Teil von [-]B                      und      Ganz B ist Teil von [-] A oder

$[+]A = (-)B$  und  $[+]B = (-)A,$

die beiden Seiten der Gleichung lassen sich vertauschen,

$(-)A = [+]B$

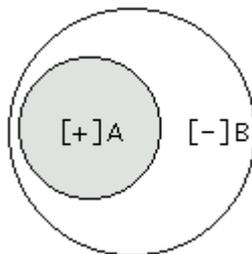
äquivalent sind, der eine den anderen in jedem Fall ersetzen kann, ohne den Sachverhalt erkennbar zu ändern. Dort gab es für diesen Satz nur die eine zeichnerische Darstellung, die getrennte Darstellung (Tl.1,S. 19)



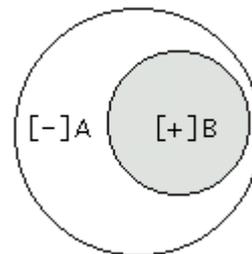
aus der man beide Äquivalente ablesen kann, ganz A ist Teil von  $[-]B$  und Teil von  $[-]A$  ist ganz B. Diese Darstellung scheint daher im wahrsten Sinne des Wortes zweideutig und nicht eindeutig.

Mit den neuen Erkenntnissen lassen sich die beiden Sätze so zeichnen:

$[+]A = (-)B$



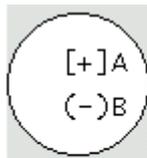
$(-)A = [+]B$



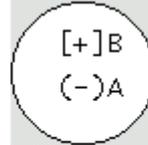
Diesmal sind die beiden Sätze als äquivalente Sätze einzeln gezeichnet, so, dass zwei eindeutige Darstellungen da stehen. Links ist  $[-]B$  (einschließlich <sup>36</sup>  $[+]A$ ) die unendlich große Größe alles außer  $[+]B$ . Die linke Darstellung umfaßt das Universum, der Satz jedoch nur den von  $[+]A$  eingenommenen Bereich, der identisch ist mit einem Teil von  $[-]B$ .<sup>1</sup>

---

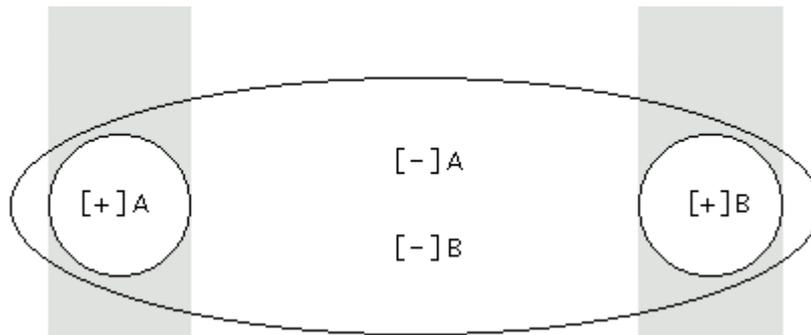
1. Hier, wie bei allen äquivalenten Darstellungen, ist kein Verstoß gegen das Verbot, das Universum im Satz nicht auftreten zu lassen.  $[-]B$  ist kleiner als das All, weil  $[-]B + [+]B = \text{All}$ .



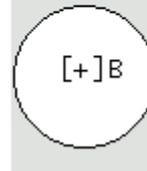
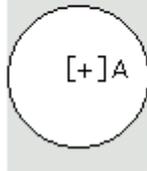
Ebenso rechts:  $[-]A$  (einschließlich  $[+]B$ ) ist alles außer  $[+]A$  und umfaßt auch das Universum, der Satz nur die Größe von  $[+]B$ , die identisch ist mit einem Teil von  $[-]A$ .



Da es aber nur ein Universum gibt und beide Äquivalente dort gelten, so müssen sie auch in einem Bild darstellbar sein:



oder, wenn man den Rest des Alls wegläßt



Das ist wieder die "getrennte" Darstellung des allgemein verneinenden Satzes, wie sie jeder kennt, A gehört nicht zu B, und B gehört nicht zu A. Genau diese Darstellung des allgemein verneinenden Satzes war trotz ihrer intuitiv überwältigend richtigen Form die "schlechteste" für die Aufstellung der Logik und hat über 2 Jahrtausende verhindert, den allgemein verneinenden Satz richtig zu sehen, weil sie zwei äquivalente Sätze zugleich darstellt und

scheinbar über das Verhältnis von Teil:Ganzes nichts aussagt. Scheinbar. Denn eben haben wir ja gefunden, dass sie identisch ist mit



der eindeutigen Darstellung beider Äquivalente.

Hier die drei englischen Logiker des letzten Jahrhunderts, die die richtige Formalisierung des allgemein verneinenden Satzes beinahe gefunden hätten (vgl. Logik, Tl. 1 S. 22f):

"Aristoteles und seine Nachfolger wollten den Satz irgendwie als Einheit auffassen, was richtig war und sich in der grammatischen Auffassung des Satzes als "Satzgegenstand", von dem etwas "ausgesagt" wird, zeigt. Das führte aber zu der Überzeugung, dass der Satz auch nur als ganzer bejaht und verneint werden könnte. Denn was sollte man sich unter der Verneinung eines Gegenstandes, dem berühmten Nicht-Sokrates, vorstellen? Bentham und Hamilton erkannten als erste die Notwendigkeit, beide Seiten des Satzes zu quantifizieren, blieben jedoch bei der Negation des Satzes der Tradition verhaftet und verneinten den Satz durch die Kopula von "ist" in "ist nicht". De Morgan endlich verneinte nicht den Satz, sondern die beiden Satzteile A und B, indem er A und alles außer A, B und alles außer B jeweils beide gemeinsam das "universe of discourse" vollständig ausfüllen ließ. Er schuf damit die Voraussetzung für eine rationale Logik, in der der Kopula nun eine ähnliche Bedeutung zukommt wie dem Gleichheitszeichen in der Mathematik.

Der allgemein verneinende Satz bei Bentham: "X in toto || Y ex parte." Die Kopula " = " , wie sie im bejahenden Satz gebraucht wird, wird in "||" verneint. Aus der Form des Satzes geht nicht hervor, ob und wie X oder Y zu verneinen sind. (George Bentham: Outline of a New System of Logic, London 1827, S. 133)

Hamilton: Auch bei Hamilton scheitert die Suche nach der beiderseitigen Quantifikation mit einem einheitlichen Formalismus am allgemein verneinenden Satz, weil Hamilton die Negation zur Kopula rechnet. Während im allgemein bejahenden Satz durch die Quantifikatoren: ":" = all und "," = some und die Kopula " ► " keine Mehrdeutigkeiten möglich sind:



"A,  $\blacktriangleright$  :C Some Figure is all Triangle" , muß man im allgemein verneinenden Satz wissen, was gemeint <sub>38</sub> ist: "C:  $\blacktriangleright$  :D Any Triangle is

not any Square"  . Da Hamilton beide Seiten allgemein quantifiziert, ist die Formalisierung sogar falsch. (William Hamilton, Lectures on Metaphysics and Logic, London 1866, Bd. II, S. 279f)

de Morgan:

```
"E,      UUUUUUUUUUUUUUU
          XXXXXXXXXXXXXXXX
          YYYYYYYYYYYYYY"
```

E, = allgemein verneinender Satz

UUU... = universe of discourse

XXX..., YYY... = +X, +Y

xxx..., yyy... = -X, -Y

Hier läßt sich sofort ablesen: +X= (-) Y, (-) X= +Y. Die Darstellung des allgemein verneinenden Satzes läßt keine unterschiedlichen Auslegungen mehr zu. Die Formulierung des Satzes als "E," ist jedoch wieder nur eine Abkürzung. (Augustus de Morgan, Formal Logic (S.71): Or the Calculus of Inference, Necessary and Propable, London 1877, S. 61)"<sup>1</sup>

### L2.1.6.1.38-42 Bildung der Äquivalente der allgemeinen Sätze

Versuchen wir, dieser intuitiv richtigen Form, der "getrennten Darstellung", auf die Spur zu kommen.

<sup>39</sup> Was für die einzelne Größe gilt, nämlich dass sie die Welt mit ihrer "Negation" restlos aufteilt, gilt auch für beide ganzen Größen eines Satzes. Aber die schlichte Tatsache, dass die Welt aus  $[+]A$  und  $[-]A$  besteht, wird plötzlich eine vertrackte Angelegenheit, sobald sich eine zweite Größe  $[+]B$  dazugesellt.  $[+]A$  und  $[-]A$  und  $[+]B$  und  $[-]B$  teilen die Welt zweimal vollständig auf.

Kein Millimeter einer entgegengesetzt gleichen Größe ( $[+]X$  und  $[-]X$ ) darf

1. Vgl. Albert Menne, Logik und Existenz, Meisenheim/Glan, 1954.

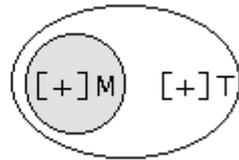
Er war einer der wenigen Logiker, der die Bedeutung der drei englischen Logiker zu würdigen wußte und sie nicht schlicht übergang, als hätte es sie nie gegeben, wie das im Fach der Brauch ist. Die Fachmänner murmeln entweder düster "Barbara, Celarent, Barbari..." oder erklären die Syllogistik, wie die hier behandelte Grundlage der Logik heißt, für längst abgetanen Kinderkram. Beides, sowohl die Behauptung, die Merkwörter seien die Repräsentanten der vollständigen Syllogistik, als auch die Annahme sie sei "überwunden", ohne dass einer einen nennen kann, der sie überwunden hat, ist falsch.

Ich möchte hier noch einmal darauf hinweisen, dass Menne mich 1988 durch den Hinweis auf seine, Hamiltons und de Morgans Arbeiten davor bewahrt hat, die beiderseitige Quantifikation, fälschlich als "Quantifikation des Prädikats" bezeichnet, für meine Entdeckung zu halten. (Zusatz 2001: Die Wiederentdeckung Hamiltons der beiderseitigen Quantifikation, deren Notwendigkeit schon Aristoteles' Schüler Theophrast erkannte, die Zweiteilung des Universum in  $+A$  und  $-A$  durch de Morgan und die Aufstellung der Gleichung für alle logischen Sätze zusammen sind die Grundlage der hier vorliegenden Logik.) Den Nachweis, dass die Kopula "ist", das grammatische Prädikat, mit dem mathematischen Zeichen "=" bzw. dem logischen  $\equiv$  identisch ist, konnte auch de Morgan nicht erbringen. Zwar hat er hundertmal mehr entdeckt als Hamilton, konnte aber wegen der Vorhaltungen Hamiltons, er habe bei ihm abgekupfert, die beiderseitige Quantifikation nicht bei sich anwenden. Daher ist meine Aussage von 1988, die beiden allgemein verneinenden Sätze ließen sich aus der Zeichnung sofort ablesen, falsch, weil de Morgan nicht die Identität von Teil und Ganzem, sondern nur die Größer-Kleiner-Relation der Größen betrachtet. Der mathematische Abstaktionsprozeß, der aus den 3 Äpfelchen und den 4 Birnchen die 3 und die 4 schuf, wurde - nicht zuletzt durch unsere unselige Philosophiegeschichte - zum Hindernis der Logik. Daher noch einmal: Teil ist hier identisch mit Teil des Ganzen, also nicht nur wie 4 die Hälfte von 8, sondern ein und dasselbe wie ein Teil von 8.

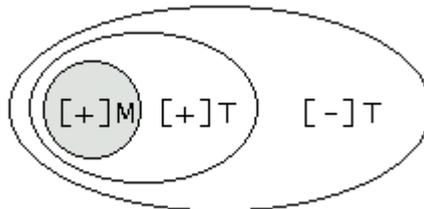
sich auf dem Territorium der anderen aufhalten, das wäre ein Widerspruch. Bei entgegengesetzt verschiedenen Größen,  $[+]A$  und  $[-]B$  muß das jedoch nicht so sein. Bei der Darstellung zweier äquivalenter Sätze in einem Bild kommt es nun zu möglichen Mißverständnissen, die Beziehungen Teil:Ganzes usw. werden genauso gezeichnet wie die einander ausschließenden Größen. Bei der Bildung des Äquivalents eines Satzes findet ein zweifacher Vorzeichenwechsel statt, weil das "alles außer" von beiden, A und B, betrachtet wird. Die zwei "alles außer"-Größen bilden den Äquivalentsatz und stehen auch in der Teil:Ganzes- oder der Ganzes:Teil-Beziehung. Zum Beispiel Satz 5

Alle Menschen sind (Teil der ) Tiere.

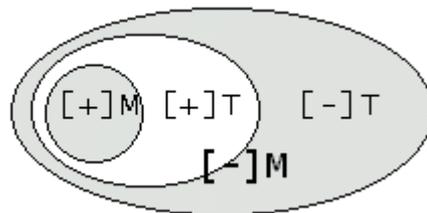
$$[+]M = (+) T$$



Alles außer den Tieren,  $[-]T$ , umfaßt das Universum



Alles außer den Menschen aber auch



<sup>40</sup> Nur ist  $[-]M$  sowohl teilweise  $[+]T$ , nämlich alle Tiere außer den Menschen, als auch ganz  $[-]T$ , nämlich alles, also der Rest der Welt außer den Tieren:  $[-]M = (+)T + [-]T$ , während  $[-]T$  weder  $[+]M$  noch  $[+]T$  ist.  $[-]M$  ist also größer als  $[-]T$ , oder

Ein Teil von  $[-]M$  ist ganz  $[-]T$

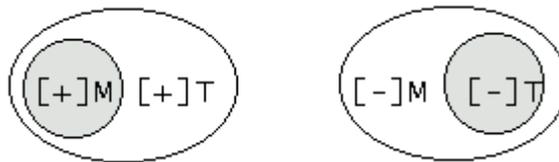
$$(-)M = [-]T$$

das Äquivalent zu

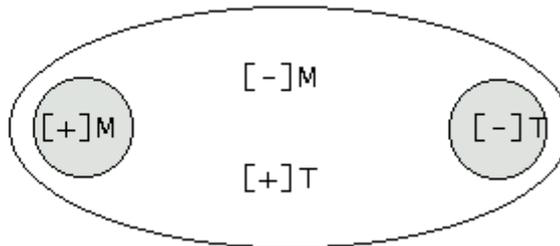
$$[+]M = (+)T$$

Die Beziehung Ganzes:Teil in  $[+]M = (+)T$  hat sich im Äquivalent  $(-)M = [-]T$  umgekehrt in Teil:Ganzes.<sup>1</sup>

Die beiden äquivalenten Sätze 5 können nun eindeutig jeder für sich gezeichnet werden.



Hier muß aber auch gelten, was bei Satz 6 galt, dass beide Sätze in einem Bild darstellbar sind, weil es ja nur ein Universum gibt



oder, wenn man das All wegläßt, wieder die "getrennte" Darstellung <sup>41</sup>

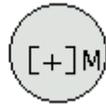
---

1. Das kennen Sie noch aus dem Schulunterricht:

$$+M < +T \quad | \times(-1)$$

$$-M > -T$$

Das funktioniert bei allen äquivalenten Sätzen. Jedoch sollte die "Algorithmisierung" zunächst äußerst behutsam gehandhabt werden, da wir hier ja noch auf der ersten Abstraktionsstufe sind, also uns noch längst nicht von den "materiellen" Größen abgenabelt haben.



"Alle Menschen sind Teil der Tiere" ist genauso darstellbar, wie wir den Satz 6 üblicherweise darstellen! Und auch aus dieser Darstellung lassen sich beide Äquivalente ablesen

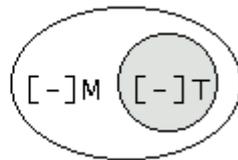
(-)Mensch ist [-]Tier.

[+]Mensch ist (+)Tier.

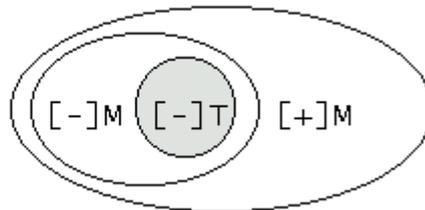
Also eine zweite Darstellung eines allgemeinen Satzes, die scheinbar nicht ein- sondern zweideutig ist. Gehen wir noch einen Schritt weiter, sehen [-]M und [-]T als zwei beliebige Größen an und zeichnen diesmal umgekehrt das All um das Äquivalent: (-)M=[-]T.

[-]M im Satz

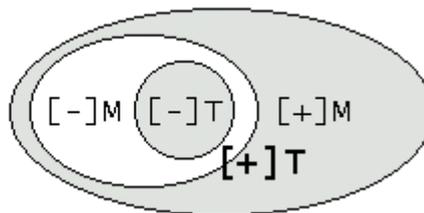
(-)M=[-]T



hat dann [+]M zum Komplement, das den Rest der Welt ausmacht,

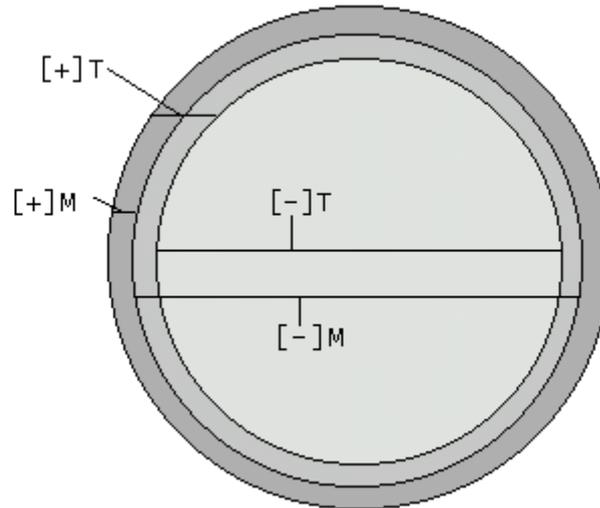


das aber zugleich auch ein Teil von [+]T ist.



Jetzt erscheint das Äquivalent "kleiner", und der Satz [+]M= (+) T umfaßt das All! So gern das einige mit dem Sophisten Protagoras hätten, der das Maß aller Dinge im Menschen sah, umfassen die Menschen nicht das All. Wo steckt der Fehler, wenn wir doch bei den Beispielbegriffen "Mensch" und "Tier" blei

<sup>42</sup>ben wollten? Da ist gar kein Fehler. Es sieht wieder nur so aus, weil ich keine unendlich großen Kreise malen kann.  $[+]M$  und  $[+]T$  sind je von  $[-]M$  und  $[-]T$  getrennt, können nicht denselben Ort einnehmen.



Stellen Sie sich  $[+]M$  und  $[+]T$  als unendlich dünne Haut um das unendlich große  $[-]M$  und  $[-]T$  herum vor und das  $[-]M$  als unendlich wenig größeres Ganzes um den Teil  $[-]T$ . "Größer" und "kleiner" sind die Größen nur richtig dargestellt, wenn ein einzelner logischer Satz gezeichnet wird. Sobald Äquivalent und Satz gemeinsam in einem Bild zu sehen sind, sind die Aussagen über die Größenverhältnisse unzuverlässig. Die Darstellung jedes einzelnen Satzes und seines Äquivalents als Einheit und der Nachweis ihrer universellen Gültigkeit ist das Ziel dieses Abschnitts ("16 Sätze" bis "Schluss"). Es lohnt sich, sich einige Tage oder Wochen Zeit zu nehmen oder diesen Abschnitt auch später öfter zu lesen.

05.2002: Das Einleitungs-applet vereinfacht nun Vieles.

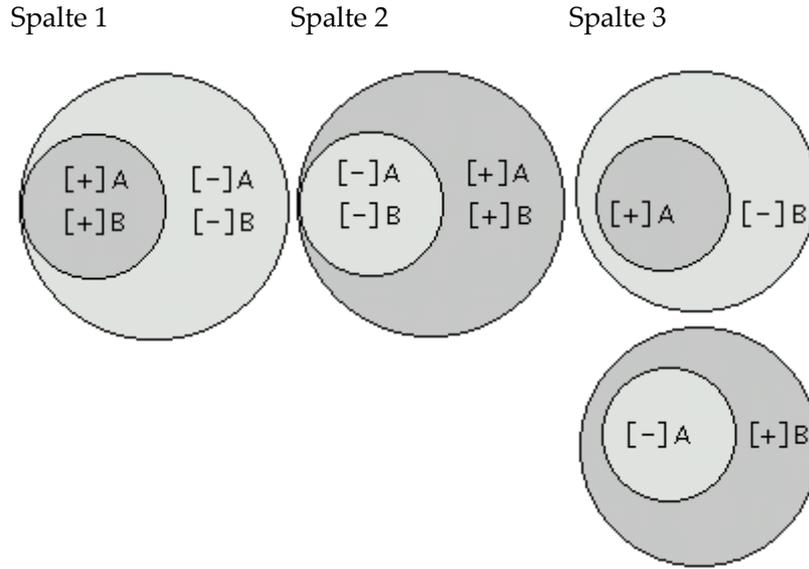
### L2.1.6.2.42-49 Sechs allgemeine Pärchen

Alle sechs allgemeinen Satzpaare teilen die Welt mit ihren ganzen Größen und ab Satz 3 den später zu behandelnden nicht hervorgehobenen Bereichen restlos auf und lassen sich bei entsprechender Anordnung als jeweils ein Bild

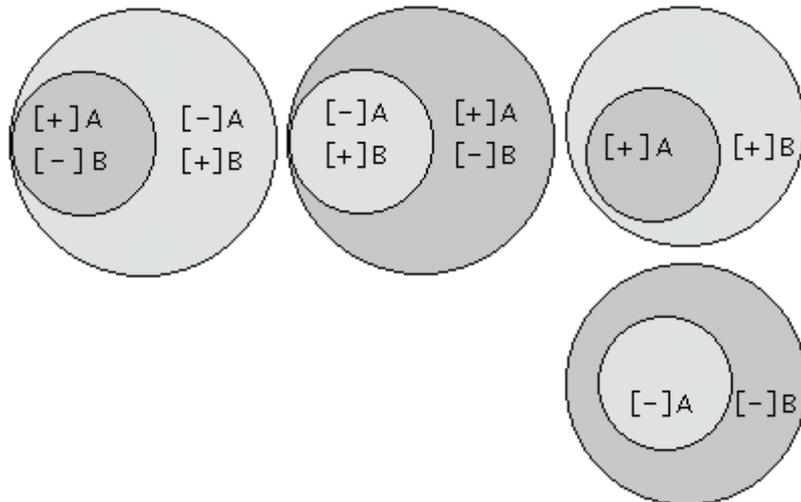
zweier äquivalenter Sätze darstellen, das das All umfaßt. Und zwar bei den Sätzen 1 und 2 auf vier Arten und ab Satz 3 auf drei Arten.

43

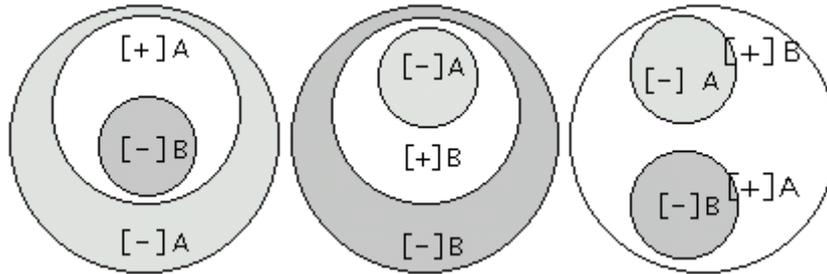
- 1  $[+]A = [+]B$   
 $[-]A = [-]B$



- 2  $[+]A = [-]B$   
 $[-]A = [+]B$

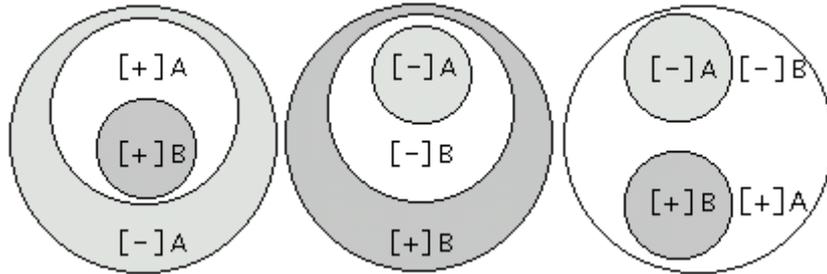


3 (+)A = [-]B  
[-]A = (+)B



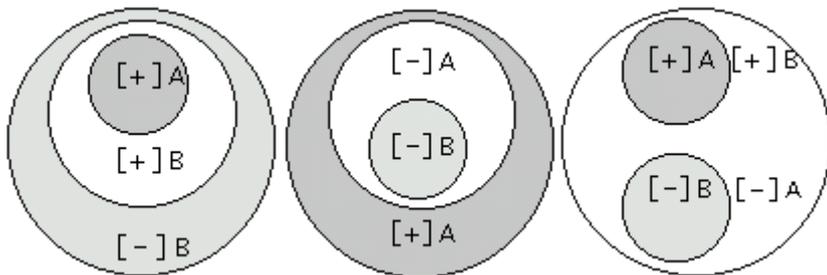
Vorerst kein Beispiel

4 (+)A = [+ ]B  
[-]A = (-)B  
4



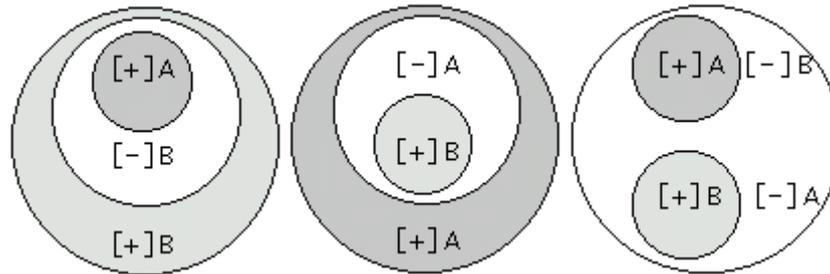
Beispiel: A=Mensch, B=Kinder

5 [+ ]A = (+)B  
(-)A = [-]B



Beispiel: A=Mensch, B=Tier

6  $[+]A = (-)B$   
 $(-)A = [+]B$



Beispiel: A=Mensch, B=Stein

45 Die Sätze 1 und 2 haben eine Besonderheit: Die Sätze selbst und ihre Äquivalente füllen das All restlos aus. Wie die Größe A die Welt in genau zwei Bereiche teilt, so die Sätze und ihre "Negationen". Anders gesagt, ganz  $[+]A$  und ganz  $[+]B$  bezeichnen ein und dasselbe Ding, das demnach im Verhältnis Ganzes:Ganzes steht. Daher gibt es zwischen ihm und ganz  $[-]A$  und ganz  $[-]B$  keine Lücken. Sie bezeichnen ebenfalls ein und dieselbe Größe. Jede der beiden geschlossenen Flächen der Sätze 1 und 2 in Spalte 3 ist daher lückenlos das All.

Was bei den Sätzen 1 und 2 sofort ins Auge sticht, wird bei den Sätzen 3 bis 6 erst nach und nach klar: Alle drei Spalten stellen pro Satz ein und dasselbe dar.

Die A und B in den Sätzen 3 - 6 stehen im Verhältnis Teil:Ganzes oder Ganzes:Teil. Hier gibt es überstehende Teile der Größen, die nicht zu den Sätzen gehören. Satz und Äquivalent werden ab Satz 3 auf drei Arten gezeichnet.

In Spalte 1 ist der Ausgangssatz der umfaßte und erscheint als der "kleinere", in Spalte 2 ist das Äquivalent der umfaßte. In Spalte 3 erscheinen Satz und Äquivalent "gleichgroß".

- Links ist der Satz der innere hervorgehobene Bereich, das Äquivalent der äußere hervorgehobene Bereich.
- In der Mitte ist das Äquivalent der innere Bereich, der Satz der äußere.
- Rechts sind Satz und Äquivalent beide im inneren Bereich, die Darstellung, die vom Satz 6 her bekannt ist.

Die rechte Darstellung der Sätze 1 und 2 hat keinen nicht hervorgehobenen Bereich, weil es außer den beiden Größen nichts mehr gibt. Sie heißt auch "getrennt", weil die ursprünglichen Größen des Satzes vollständig voneinander

getrennt sind; ihre wesentlichen Kennzeichen aber sind, dass zwischen der einen und der anderen Größe eine lückenlose Grenze ist und es außer den beiden Nichts mehr gibt.

Satz und Äquivalent der Sätze 3 bis 6 können, müssen aber nicht eine gemeinsame Grenze haben, sie können teilweise oder vollständig örtlich voneinander getrennt sein. Auf jeden Fall aber gibt es mindestens eine Stelle im All, an der sie keine gemeinsame Grenze haben, örtlich voneinander getrennt sind. Das heißt, zwischen den beiden Äquivalenten der Sätze 3-6 gibt es in jedem Fall noch etwas, den in den Zeichnungen nicht hervorgehobenen Bereich.

<sup>46</sup> Noch einmal anders. Da es nur ein All gibt und nicht mehrere Wahrheiten, wie dies gern von Vertretern der Zunft behauptet wird, die mit der Wahrheit auf Kriegsfuß stehen, so müssen die drei Spalten dasselbe darstellen. Sie tun es. Sie tun es nach dem "Prinzip Fettaguge".

- In allen Fällen werden Satz und Äquivalent in einem Bild dargestellt, das das All umfaßt.
- Satz und Äquivalent nehmen nicht denselben Ort ein. Das heißt, zwischen Satz und Äquivalent gibt es keine Überschneidungen.
- Der nicht hervorgehobene Bereich ab Satz 3 ist in allen 3 Darstellungen eines Satzes mit seinem Äquivalent derselbe.

Die Darstellungen verwirren nur auf den ersten und zweiten Blick, weil in Spalte 1 und 2 innerer und äußerer hervorgehobener Bereich, Satz und Äquivalent, so aussehen, wie die Teil:Ganzes-Beziehung, aber einander ausschließende Größen sind und in Spalte 3 Satz und Äquivalent gleichgroß aussehen. Der überstehende nicht hervorgehobene Bereich bei den Sätzen 3-6 ist zwar Teil der ganzen Größen, gehört aber nicht zu den Sätzen. Stellen Sie sich die hervorgehobenen Bereiche in Spalte 1 als je zwei Fettagugen unterschiedlicher Konsistenz und den nicht hervorgehobenen Bereich als Wasser vor. Dann braucht das äußere Fettaguge nur ins Wasser im inneren Bereich einzudringen, wobei es vom zweiten Fettaguge getrennt bleibt, und wir haben zwei Fettagugen umgeben von Wasser bei gleichgebliebenen Volumina der drei, die rechte Spalte 3. Genauso kann nun in Spalte 3 das vormals äußere Fettaguge in das vormals innere eindringen, und das kann sich bei gleichem Volumen so um das jetzt innere ausdehnen, dass es das All umfaßt und den nicht hervorgehobenen Bereich freiläßt: die mittlere Darstellung in Spalte 2. Ausnahme sind die Sätze 1 und 2, die nur aus zwei Fettagugen ohne Wasser bestehen und nach Belieben ineinander und auseinander dringen können. Natürlich hinkt

der Vergleich ab Satz 3, weil unsere Fettaugen es mit zwei Wasserarten zu tun haben, die verbunden sind, sich aber im jeweiligen Bereich des Fettauges nicht mit der anderen Wasserart, sondern nur mit je einem Fettauge verbinden. Hier sollten Sie mir am besten wieder kein Wort glauben und so lange über den Zeichnungen brüten, bis Sie vollkommen sicher sind, dass sie wahr sind. Auf Papier aufzeichnen, ausschneiden und übereinanderlegen oder das Einleitungs-applet wirken Wunder beim Verständnis dieser sperrigen Angelegenheit. <sup>47</sup>

### L2.1.6.2.1.47-49 Getrennte Darstellung der Sätze 1 und 2

Seite 19 wurde gesagt, dass sich die Größe  $[+]X$  und ihr Komplement  $[-]X$  auch so darstellen lassen



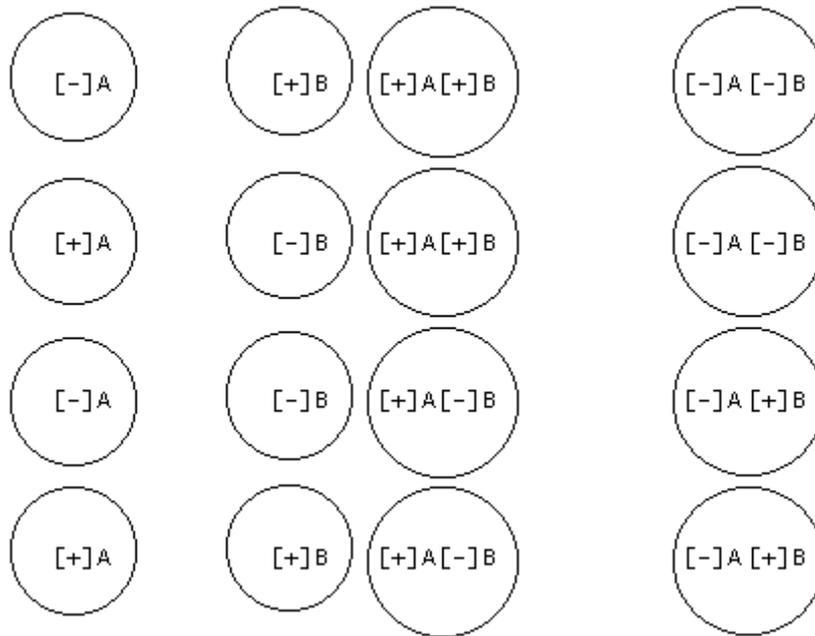
unter dem Vorbehalt, dass es nichts mehr zwischen den beiden gäbe, da sie als Summe das All sind. Eben haben wir in Spalte 3 ab Satz 3 vier Darstellungen zweier getrennter Größen als Sätze 3-6 gefunden.

Zwar haben wir da mit alten Vorurteilen aufgeräumt aber ein mögliches Vorurteil mit eingebaut. Weiß man nämlich nicht, was ja die Regel bei der getrennten Darstellung ist, in welcher Größenbeziehung die beiden getrennten Größen stehen, so ist es möglich, dass ihre Summe das All ist. Dann hätten aber die Sätze 1 und 2 genau dieselben getrennten Darstellungen wie die Sätze 3-6!

"Getrennte" Darstellung

Satz

Äquivalent



<sup>48</sup> Die "getrennte" Darstellung links ist falsch. Wenn die Summe zweier getrennter Größen das All ist, dann haben sie in jedem Fall eine lückenlose gemeinsame Grenze, werden also so gezeichnet wie Spalte 3 bei den Sätzen 1 und 2 und nicht anders. Nach dem ersten Verbot, dass das All in keinem Satz auftauchen darf und dem zweiten, dass einander ausschließende Größen nicht denselben Ort einnehmen dürfen, hier also das dritte: Sind 2 getrennte Größen zusammen das All und werden in einem Bild gezeichnet, so müssen sie als eine geschlossene Fläche mit einer lückenlosen gemeinsamen Grenze (und sei sie nur 1 mm lang!) gezeichnet werden, weil es nichts außer ihnen gibt.

Hier ist schön zu sehen, warum die Wissenschaftler einschließlich de Morgan, die die Logik als die Wissenschaft der Formen behaupten, die Sätze 4 und 5 zur "Definition" des Satzes 1 gebrauchen und die Sätze 3 und 6 zur "Definition" des Satzes 2. Da müssen die beiden einfachsten Sätze der Identität aus dem gleichzeitigen Zutreffen zweier niemals gleichzeitig zutreffender Sätze behauptet werden.

Da aber wiegesagt die "Getrennte" auch hier die "Schlechteste" ist (S.37), tangiert uns das zunächst einmal nicht. Die getrennte Darstellung der Sätze 1 und 2 wird ebensowenig wie die getrennte Darstellung der Sätze 3-6 zugelassen. Die Untersuchung der 6 allgemeinen Sätze mußte so ausführlich ge-

macht werden, um wirklich sicherzugehen, dass kein Teilchen des Universums aus der Reihe tanzt und um eine ein- und nicht zweideutige Satzdarstellung zu gewinnen.

Das Ziel dieses Abschnitts ist nun erreicht: Alle sechs allgemeinen äquivalenten Satzpaare umfassen mit ihren Satzgrößen, den Teilen oder Ganzen A und B, und ab Satz 3 ihren nicht zu den Sätzen gehörenden nicht hervorgehobenen Bereichen das All. Damit ist gezeigt, dass sie mit ihren Äquivalenten allgemeingültig sind, wenn die Hypothese, dass das All aus  $[+]X$  und  $[-]X$  besteht und die anderen Hypothesen, eingestanden werden.

Gilt ein allgemeiner Satz, so gilt in jedem Fall auch sein Äquivalent, weil es der Rest der Welt (1 und 2) oder ein Teil davon (3 bis 6) ist.

Das heißt, ist ein allgemeiner Satz wahr, so ist in jedem Fall auch sein Äquivalentsatz wahr. Die gleichzeitige Wahrheit zweier Sätze spielt für die weitere Untersuchung eine wichtige Rolle. Bei den Äquivalenten gilt auch die Umkehrung, beide Sätze können wechselseitig für einander stehen.

Die "getrennte" Darstellung, die man vom Satz 6 gewohnt ist und die scheinbar nicht eindeutig ist, hatte bislang ein doppeltes Vorurteil in sich: Zum einen schien sie nicht eindeutig, weil man beide Äquivalente ablesen kann, zum andern schien sie dem Satz 6 vorbehalten. Sie ist aber sowohl eindeutig, wenn man die äquivalenten Teile mit einzeichnet, und sie gilt nicht nur für den Satz 6, sondern für alle allgemeinen Sätze ab Satz 3.

<sup>49</sup> Jeder allgemeine Satz hat also eine zweite wahre Bedeutung, sein Äquivalent. Die allgemeinen Sätze ab Satz 3 haben aber noch eine Bedeutung, die in jedem Fall wahr ist, nämlich den bisher nicht behandelten nicht hervorgehobenen Bereich.

### L2.1.6.3.49-52 Eingeschränkter Satz mit "allgemeiner Nebenbedeutung"

Bei den allgemeinen Sätzen  $(+)A = [-]B$  sind ihre Äquivalente nicht der Rest der Welt, die Gesamtheit des von zwei äquivalenten Sätzen angesprochenen Bereiches *umfasst* zwar das All, ergibt aber als Summe nicht das All. Bei der Darstellung dieser allgemeinen Satzpaare als jeweils ein Bild (s.o.) ist nämlich zu sehen, dass ein Teil des Universums von beiden Sätzen nicht angesprochen wird. Dieser nicht hervorgehobene Bereich ist einer der 4 eingeschränkten Sätze (2 eingeschränkte Umfangzeichen). Bei de Morgan erscheint dieser Bereich als Teil der 'complex proposition', des zusammengesetzten Satzes.

Nennen wir ihn zunächst wie in Teil 1 den "eingeschränkten Satz mit allge-

meiner Nebenbedeutung". Dann ist:

allgemeiner Satz  
 + Äquivalent  
 + eingeschränkter Satz mit allgemeiner Nebenbedeutung  
 = Universum.

Anders gesagt: Alle allgemeinen Sätze füllen mit ihren Äquivalenten und ab Satz 3 ihren nicht hervorgehobenen eingeschränkten Sätzen "mit allgemeiner Nebenbedeutung" das All restlos aus, sind allgemeingültig. Weil sich diese vier eingeschränkten Sätze in jedem Fall in einen allgemeinen Satz umwandeln lassen, bezeichnen wir sie als nicht echte eingeschränkte Sätze.

Ein "echter eingeschränkter Satz", so wurde im Teil 1 gesagt, ist ein Satz, bei dem sich "keines seiner beiden Umfangzeichen in ein gleiches allgemeines umwandeln läßt" (S. 29).

50 BEISPIEL:	(+) Mensch= (+) Tier	läßt sich umwandeln in
	[+] Mensch= (+) Tier	und ist daher nicht echt.
	(-) Mensch= (+) Tier	Dagegen läßt sich in
		kein Vorzeichen in ein gleiches allgemeines

umwandeln und war damit nach dieser Definition ein echter eingeschränkter Satz mit der allgemeinen Nebenbedeutung  $[+]_M = (+)_T$ .

So weit, so gut. Das galt bis Dezember 1991. Mit den echten eingeschränkten Sätzen mit allgemeiner Nebenbedeutung hatte ich die Logik der endlich und unendlich großen Größen aufgebaut. Das war zwar ziemlich knifflig, vor allem bei den Wahrheitsnachweisen, hat aber gestimmt. Ich habe an dieser Satzkonstruktion festgehalten, weil ich so viel Mühe hineingesteckt hatte, dass sie mir liebgeworden war. Zudem stimmte sie mit der anschaulichen Ebene überein. Es handelte sich bei den Satzteilen  $(\pm) A$  und  $(\pm) B$  "wirklich" um Teile, nicht um Ganze. Nicht-M bei  $(+) T$  war "wirklich" nur  $(-) M$ .

Jetzt gab es die Regel, dass eingeschränkte Sätze nur eingeschränkte Nebenbedeutungen haben und die Ausnahme der vier eingeschränkten Sätze mit

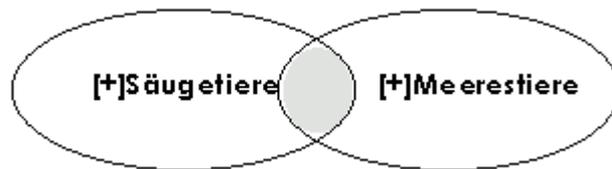
allgemeiner Nebenbedeutung, was wieder etliche Ausnahmeregeln nach sich zog. Ein einheitlicher Formalismus mit festen Regeln und ohne Ausnahmen - zumal in dem Teil der Wissenschaft, der von den einfachsten Dingen handelt - ist aber besser als komplizierte Ausnahmen. Wohl oder übel mußte ich - das ist nur einer von unzähligen Fällen - mit liebgewordenen Vorurteilen brechen. Ich dokumentiere ihn für die Leser von Teil 1 und als Anregung für Sie weiterzuforschen. Vor allem bei der Verbindung der drei Teile HERLEITUNG, BERECHNUNG und WAHRHEITSBeweISE zu einem einheitlichen Ganzen und der Verbindung der Satzlogik (Aussagenlogik) und allgemein der Logik der Formen, die hier nicht behandelt wird, mit der Größenlogik gibt es noch viel zu tun. - Zwar bemüht sich auch und gerade der Logiker, Wahrheiten herauszufinden, die Bestand haben gegen das Werden und Vergehen. Die Logik hat ihn auch. Aber sie hat ihn unabhängig vom Logiker, weil es in der Welt logisch zugeht und wir daher logisch denken - nicht umgekehrt. Nur ist der Geist zwar willig aber schwach. Die maßlose Selbstüberhebung des "Idealismus" hat ihn zur jahrhundertelangen Dummheit verurteilt. Recht geschieht ihm. Aber auch als "Materialist", der Sie gerade sind, ist der kleine Geist des Menschen zunächst einmal dumm und muß sich von seinem Lehrmeister, der Welt, wie sie ist, ständig zurechtweisen lassen. Auf seinen tastenden, oft täppischen Versuchen, es mit der Wahrheit, dem, was ist, aufzunehmen, irrt er oft genug. So hier bei dem genannten Beispiel, den Nebenbedeutungen der eingeschränkten Sätze oder bei der Aussage dass "die Darstellung der fertigen Schlüsse in einem oder zwei Kreisen keine Beweiskraft" habe (Tl.1 S.42).

<sup>51</sup> Ob nun ein Vorzeichen in ein gleiches oder entgegengesetzt allgemeines umgewandelt wird: Beides ist die Umwandlung eines eingeschränkten in einen allgemeinen Satz, wenn die Definition des allgemeinen Satzes beibehalten werden soll (mindestens 1 allgemeines Vorzeichen, S. 31).

Daher die "neue" Definition des eingeschränkten Satzes: Ein echter eingeschränkter Satz hat zwei eingeschränkte Umfangzeichen. Keines seiner Umfangzeichen läßt sich in ein allgemeines positives oder negatives umwandeln. Das heißt, jeder eingeschränkte Satz mit allgemeiner Bedeutung ist nicht echt. Der eingeschränkte Satz mit allgemeiner Bedeutung, der den Rest des Alls zwischen Satz und Äquivalent ausfüllt, ist eine Nebenbedeutung des jeweiligen allgemeinen Satzes, fast wie ein zweiter Äquivalentsatz.<sup>1</sup>

Wie aber läßt sich nun ein echter eingeschränkter Satz mit Beispielbegriffen finden? Bei Alle Menschen sind Teil der Tiere war es einfach zu sagen Ein Teil der [-] Menschen ist ein Teil der [+] Tiere. Die Bildung echter eingeschränkter Sätze mit Beispielbegriffen ist schwieriger als die Bildung allgemeiner Sät-

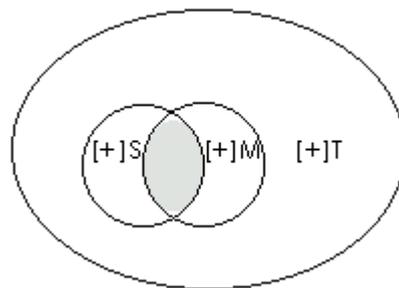
ze und eine häufige Fehlerquelle. Die einfachste anschauliche Methode ist es, mit Aristoteles' Begriffen Gattung und Art zu arbeiten. Die Gattung Tier (die Biologen mögen mir auch verzeihen, dass ich nicht ganz auf der Höhe der Fachtermini spreche, Gattung und Art ist alles, was sich in Gruppen und Untergruppen klassifizieren läßt, in der Mathematik wie bei Gemüsesorten) besteht zum Beispiel aus vielen Arten von Tieren. Wenn zwei davon eine echte Teilgröße miteinander haben, so ist das ein echter eingeschränkter Satz. Beispiel:



Der Satz "Ein Teil der Säugetiere ist ein Teil der Meerestiere" läßt sich nicht in einen allgemeinen Satz umwandeln.

<sup>52</sup> Die nächsthöhere Gattung, die über den beiden ganzen Größen steht, sie als Ganzes als Teile enthält, sind die Tiere. Die Größe des echten eingeschränkten Satzes ließe sich auch als Teil der Größenverbindung

[+] S = (+) T



- 
1. Für die Leser von Tl. 1: Die Herleitung der Nebenbedeutungen aus Teil 1, S. 26ff gelten daher hier nicht mehr. Die dort in Satz 4 und 5 schraffierten Flächen bei den Nebenbedeutungen 8 und 9 gehören zu den allgemeinen Sätzen. Als eingeschränkte Prämissen sind sie unzulässig (nächstes Kapitel).

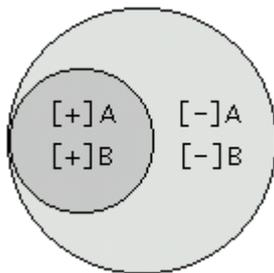
zeichnen (Aristoteles war ja nicht nur Logiker und Physiker (Naturphilosoph), sondern auch Naturforscher und hat hier schon eine brauchbare Klassifizierung der Lebewesen nach Gattungen und Arten geschaffen. Auf den schwedischen Naturforscher Carl von Linné (1707-1778) geht die heutige Unterteilung der "Nach- und Vornamen", also der Gattungen und Arten der Lebewesen zurück).

So lassen sich die echten eingeschränkten wie die nicht echten mit "allgemeiner Nebenbedeutung" Sätze als "Abkömmlinge" der 4 allgemeinen Sätze 3-6 darstellen. <sup>53</sup>

**L2.1.6.4.53-55 Alle Nebenbedeutungen der allgemeinen Sätze als All**

Gilt ein allgemeiner Satz, so gilt also immer sein Äquivalent und ab Satz 3 eine eingeschränkte Nebenbedeutung, die die Besonderheit hat, mit den beiden Äquivalenten als Summe das All zu ergeben. Ein anderer allgemeiner Satz gilt - der Vollständigkeit halber - nicht. Jeder allgemeine Satz hat aber noch andere immer wahre Nebenbedeutungen. Die Suche nach ihnen beschränkt sich durch das Wissen um die Äquivalentsätze auf ein einfaches Ablesen: Das Ganze besteht aus Teilen, und ein Teil des Teils ist wieder ein Teil. Da die drei Spalten oben für jeden Satz dasselbe darstellen, genügt es, aus je einer die Nebenbedeutungen abzulesen. Tun Sie es zur Übung auch bei den anderen.

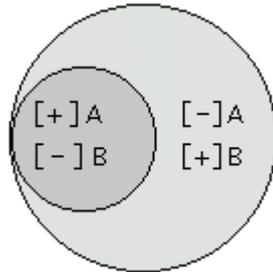
- 1    [ + ] A = [ + ] B
- [ - ] A = [ - ] B



Nebenbedeutungen

- ( + ) A = ( + ) B    Teil des Satzes
- ( - ) A = ( - ) B    Teil des Äquivalents

$$2 \quad \begin{aligned} [+ ] A &= [- ] B \\ [- ] A &= [+ ] B \end{aligned}$$



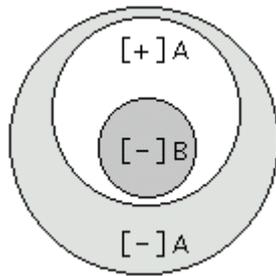
Nebenbedeutungen

$$\begin{aligned} (+) A &= (-) B && \text{Teil des Satzes} \\ (-) A &= (+) B && \text{Teil des Äquivalents} \end{aligned}$$

Alle Vorzeichen der Nebenbedeutungen von Satz 1 und 2 lassen sich in allgemeine Vorzeichen umwandeln. Die Nebenbedeutungen, die Teile des allgemeinen Satzes bzw. seines Äquivalents sind, wurden (in der ersten Version) nicht in das Einleitungs-applet aufgenommen. "Eigentlich" gehören sie erst in Berechnung. Denn wären wir konsequent gewesen, so hätten wir nicht nur die Teile der allgemeinen, sondern auch die Teile der eingeschränkten Sätze behandeln müssen. Im gedruckten bzw. HTML-Text bleiben diese Nebenbedeutungen in Einleitung und Herleitung.

<sup>54</sup> Ab Satz 3 läßt sich ein Vorzeichen der Nebenbedeutungen in ein allgemeines Vorzeichen umwandeln. Besonderheit: der vormals "eingeschränkte Satz mit allgemeiner Nebenbedeutung" läßt sich durch Umwandlung eines Vorzeichens in ein entgegengesetztes allgemeines in beide, Satz und Äquivalent umwandeln.

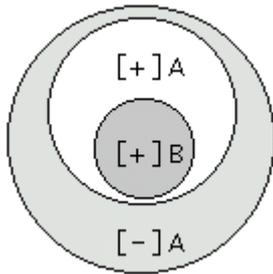
$$3 \quad \begin{aligned} (+) A &= [- ] B \\ [- ] A &= (+) B \end{aligned}$$



Nebenbedeutungen

- (+) A= (+) B Der nicht hervorgehobene Bereich
- (+) A= (-) B Teil des Satzes
- (-) A= (+) B Teil des Äquivalents

- 4
- (+) A= [+] B
  - [-] A= (-) B

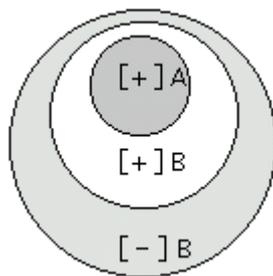


Nebenbedeutungen

- (+) A= (-) B Der nicht hervorgehobene Bereich
- (+) A= (+) B Teil des Satzes
- (-) A= (-) B Teil des Äquivalents

Beispiel: A=Mensch, B=Kinder

- 5
- [+] A= (+) B
  - (-) A= [-] B



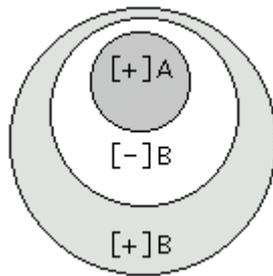
Nebenbedeutungen

- (-) A= (+) B Der nicht hervorgehobene Bereich
- (+) A= (+) B Teil des Satzes
- (-) A= (-) B Teil des Äquivalents

Beispiel: A=Mensch, B=Tier

55

- 6     [+]A = (-)B
- (-)A = [+]B



Nebenbedeutungen

- (-) A = (-) B     Der nicht hervorgehobene Bereich
- (+) A = (-) B     Teil des Satzes
- (-) A = (+) B     Teil des Äquivalents

Beispiel: A=Fisch B=Vogel

Die Nebenbedeutungen der allgemeinen Sätze kann man sich leicht einprägen:

Die eine ist ein Teil des Satzes.

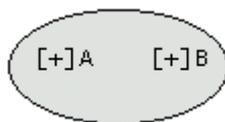
Die andere ist ein Teil des Äquivalents.

Die dritte (ab Satz 3) gehört weder zum Satz noch zum Äquivalent. Sie schließt die Lücke zwischen Satz und Äquivalent, so dass die drei als Summe das All sind.

**L2.1.6.5.55-58 Zusammenfassung**

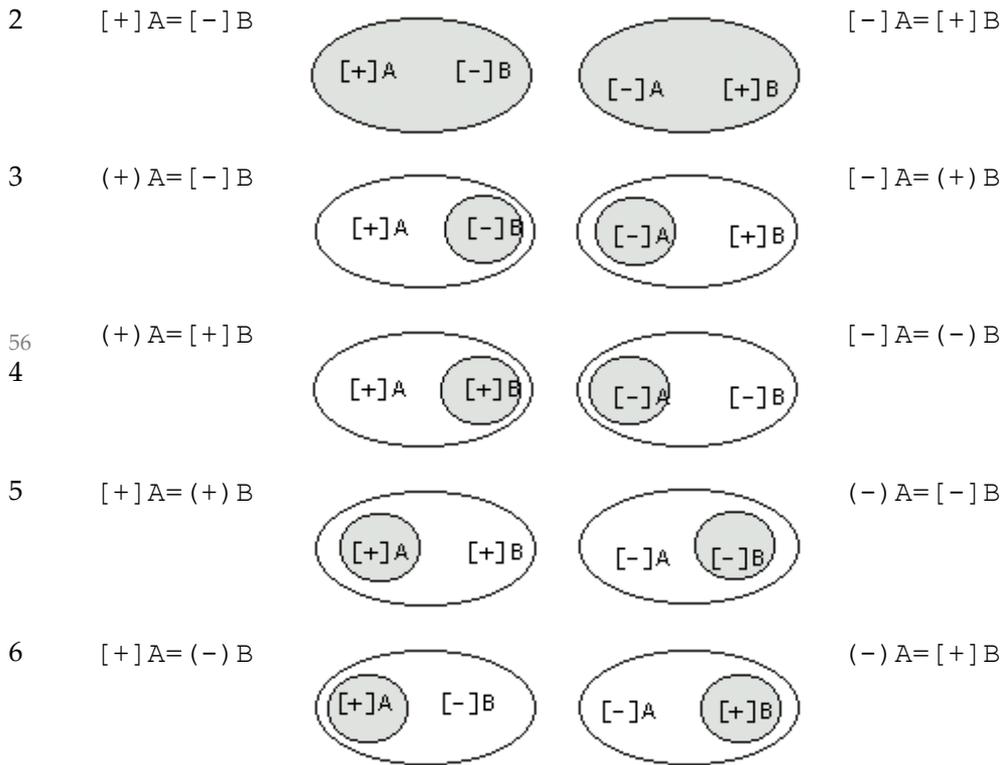
Alle 12 allgemeinen Sätze lassen sich als 6 äquivalente Satzpaare darstellen.

- 1     [+]A = [+]B



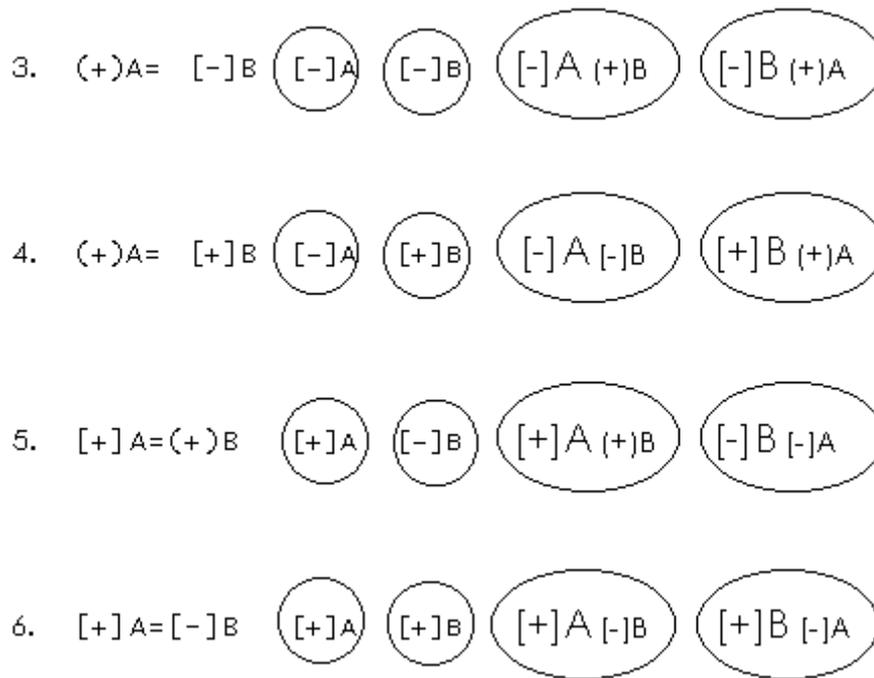
- [ - ]A = [ - ]B





Dass sich die Teil-Ganzes-Empfindung nur bei den bejahenden Sätzen gefühlsmäßig herstellt und wir nur den Satz 6 als zwei örtlich getrennte Größen empfinden, sind Vorurteile. Umgekehrt lassen sich nämlich die drei anderen allgemeinen ab 3 aufwärts so darstellen, wie man den Satz 6 gefühlsmäßig einordnet, so nämlich, als wäre keine Verbindung zwischen ihnen, was aber nur die "verkürzte" Darstellung der beiden Äquivalentsätze ist:

"getrennt"      als Äquivalente



08/16: Im linken Äquivalent (Kontraposition) von Satz 4 muss es lauten  $[-]A (-)B$ . Da sind noch mehr falsch neu erstellen!!.

<sup>57</sup> Zwar lassen sich auch die beiden Größen der Sätze 1 und 2 örtlich getrennt voneinander zeichnen, haben aber in jedem Fall eine gemeinsame Grenze, weil nichts mehr zwischen ihnen ist, während die beiden Größen der Sätze 3-6 örtlich getrennt sein können, ohne gemeinsame Grenze.

Die "getrennte" ist die "schlechteste" Darstellung der allgemeinen Sätze. Sie wird erst zum Schluss wieder eine Rolle spielen.

Neben dem Äquivalent haben alle allgemeinen Sätze noch zwei und ab Satz 3 noch drei immer wahre Nebenbedeutungen. Sie sind ein Teil des Satzes, ein Teil des Äquivalents und ab Satz 3 der Teil, der weder zum Satz noch zum Äquivalent gehört. Da sich alle diese eingeschränkten Nebenbedeutungen in allgemeine Sätze umwandeln lassen, heißen sie "nicht echte" eingeschränkte Sätze.

Die logischen Begriffe, Sätze und Schlüsse gehen von einer Zweiteilung der Welt aus:  $[+]A$  und  $[-]A$ . Da es außer dem All nicht noch etwas, das "Nicht-All" gibt, darf das All als Satzteil A, B oder C nicht auftreten. Sätze wie "Alle Menschen sind Teil des Alls", oder "Ganz Nicht-Mensch ist Teil des Alls" sind vernünftig und wahr aber nicht logisch (s. Teil 1, S. 19). Wären dies logisch zulässige Sätze, so hieße das Äquivalent zum ersten Satz

"(-)Mensch=[-]All", und das Äquivalent zum zweiten hieße "(+)Mensch=[-]All", was unsinnig ist, und die beiden "Äquivalente" widersprüchen sich, weil vom ganzen "-All" in derselben Beziehung und zugleich gesagt würde es sei und es sei nicht Teil Mensch oder  $(+)M = (-)M$ .

Ist  $[+]A$  eine beliebig kleine Größe, so ist es mit dem vorliegenden Formalismus möglich  $[-]A$ , das All vermindert um eine beliebig endlich oder unendlich kleine Größe in den logischen Sätzen zu gebrauchen. Das ganze All dagegen darf nicht als logischer Satzteil auftreten. Dass das nicht begreifbar ist, ist nicht verwunderlich, da das Unendliche nicht begreifbar ist. Wenn sich aber herausstellen wird, dass der vorliegende Formalismus der Wahrheit entspricht, so wird der Gewinn, einen Zipfel des Unendlichen gepackt zu haben, unendlich größer sein, als das blöde Staunen vor der Unbegreiflichkeit des Unendlichen oder das Spiel mit angeblichen "Widersprüchen" des Unendlichen, das in der Regel zu nichts anderem gut ist, als die Menschen in den Mief der endlich kleinen Welt zurückzustoßen.

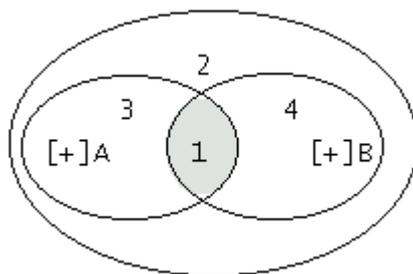
Wenn die Freunde der Weisheit das All ausgemessen oder nur bis  $1 \times$  unendlich gezählt haben werden, kann auch das All als logischer Satzteil gebraucht werden. So lange wollen wir uns gedulden und bitten sie, unbeirrt weiterzuzählen; so sind sie auf absehbare Zeit aus den Füßen. Ich habe auch gar keinen Respekt vor der unendlich großen oder unendlich kleinen Zahl. Der eine kann <sup>58</sup> sich vorstellen, dass es unendlich kleine Größen gibt, der andere nicht. Wenn es unendlich kleine Größen gibt, dann auch unendlich große und kleine Zahlen. So einfach ist das. Die ganzen, mit fürchterlichem Bierernst vorgetragenen "Aporien des Unendlichen" sind nichts anderes als die Aufforderung an den arglosen Schüler, bis unendlich zu zählen. Wer mich auffordert nachzuzählen, auch wenn er wie mein Lehrer "Aristoteles" heißt, dem sage ich: Zähl' selbst! Die mit der Unendlichkeit auftretenden logischen Probleme müssen Fall für Fall gelöst werden. In der Regel sind es Hypothesen oder Analogien, die dabei herauskommen, und mit denen so lange gearbeitet wird, bis uns die Welt eines Besseren belehrt. Was haben denn die diversen Unendlichkeiten aus der Mengenlehre für einen Sinn, wenn sie plötzlich in der Mathematik der unendlichen Größen zu "potentiellen" Unendlichkeiten verkümmern! der alten Ausrede des Aristoteles, mit der er die Übergänge vom Endlichen ins Unendliche umschrieb. Etwa bei der Teilung der Eins durch  $n$  für  $n$  "gegen" Unendlich. Denn weder gibt es eine "potentielle" noch eine aktuelle Unendlichkeit, die die Null wirklich erreicht. Keine noch so große Unendlichkeit bringt das fertig. Die gibt es nicht. Das Potentielle an der Grenze ist der Grenzwert selbst und nicht die Unendlichkeit! Das wird eben festgelegt, weil die Ergebnisse, die herauskommen, wenn es sie gäbe, aus-

nahmslos richtig sind. Aber schon der erste Grad der Unendlichkeit erreicht bei der Teilung eine unendlich kleine Größe. Wer mit dieser Vorstellung einer für unsere beschränkten Verstandeskräfte unlösbaren Frage nicht leben kann, hat eben Pech. Keine Antwort ist besser als eine dumme Antwort.

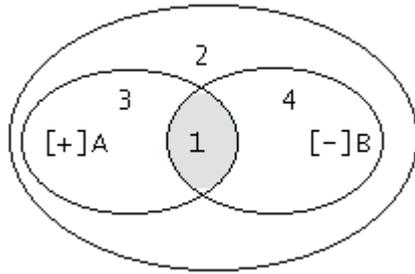
### L2.1.7.58-60 Eingeschränkte Sätze und Universum

Die beiden Größen eines echten eingeschränkten Satzes stehen in der Beziehung Teil:Teil; der eingeschränkte Satz ist die "echte Teilmenge" oder hier echte Teilgröße beider Größen.

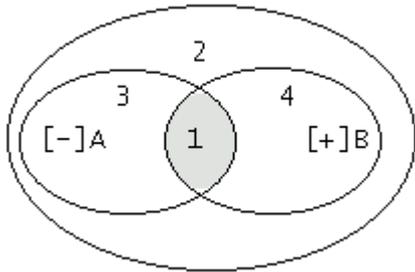
Ein echter eingeschränkter Satz läßt sich nicht in einen allgemeinen Satz umwandeln. Die zeichnerischen Darstellungen der beiden ganzen Größen sind offenbar zwei sich schneidende Kreise. Der echte eingeschränkte Satz ist die echte Teilgröße (1), die überstehenden Teile gehören definitionsgemäß nicht zum Satz. Jeder echte eingeschränkte Satz hat alle drei anderen eingeschränkten Sätze als echte Nebenbedeutungen, nämlich jeweils den Teil von  $\pm A$ , der nicht die Schnittmenge ist (3), ebenso den von  $\pm B$  (4) und schließlich den Teil, der weder  $\pm A$  noch  $\pm B$  ist (2). Dieser Teil ist hier das All vermindert um die Vereinigungsmenge der beiden Größen, also die Größe, die A und B gemeinsam beanspruchen.



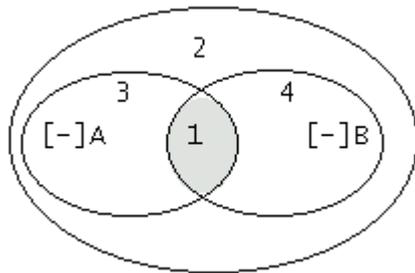
- 1: (+) A = (+) B
- 2: (-) A = (-) B
- 3: (+) A = (-) B
- 4: (-) A = (+) B



- 1: (+) A = (-) B
- 2: (-) A = (+) B
- 3: (+) A = (+) B
- 4: (-) A = (-) B



- 1: (-) A = (+) B
- 2: (+) A = (-) B
- 3: (-) A = (-) B
- 4: (+) A = (+) B



- 1: (-) A = (-) B
- 2: (+) A = (+) B
- 3: (-) A = (+) B
- 4: (+) A = (-) B

Beispielbegriffe für A und B:

Mensch, Astronaut (echte Teilgröße, weil z. B. auch Hunde Astronauten sind)

Meerestier, Fisch

Mensch, Arktisbewohner

<sup>60</sup> Alle Begriffspaare lassen sich bei allen vier Sätzen in alle anderen echten eingeschränkten Sätze umwandeln, wobei es gleichgültig ist, welcher von beiden A oder B ist. Prüfen Sie jeden einzelnen Fall. Finden Sie eigene Beispiele.

Die Größe 2 ist bei allen eingeschränkten Sätzen das Universum außer A und B (1+3+4). Und sie wird gebildet, indem die Vorzeichen des Ausgangssatzes umgekehrt werden. Das sind fast dieselben Merkmale wie die der Äquivalente der allgemeinen Sätze. Nur dass der von beiden Sätzen nicht angesprochene Bereich (3+4) diesmal aus zwei echten eingeschränkten Sätzen besteht.

Daher sind

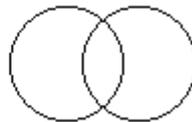
$$\begin{array}{ccc}
 1 & & 2 \\
 (+) A = (+) B & \text{und} & (-) A = (-) B \\
 & & \text{bzw.} \\
 (+) A = (-) B & \text{und} & (-) A = (+) B
 \end{array}$$

bei echten eingeschränkten Sätzen ebenfalls äquivalente Satzpaare. Bezeichnen wir sie als "kleine" Äquivalente (anders als die Äquivalente der allgemeinen Sätze spielen die kleinen Äquivalente - Stand Juni 2001 - Allerdings noch keine Rolle im Formalismus).

Bei der zeichnerischen Darstellung des eingeschränkten Satzes mit seinen ganzen Größen gibt es ein ähnliches Problem oder Vorurteil wie bei der getrennten Darstellung des allgemein verneinenden Satzes.

Die zeichnerische Darstellung als zwei sich schneidende Größen gilt scheinbar nicht für 2, 3 und 4, sondern nur für die Größe 1. Die drei anderen sind nur als je eine einzige Größe auf den Bildern erkennbar.

Das gleiche gilt aber für die Größe 1. Nur der hervorgehobene Teil ist der Satz, die überstehenden Teile gehören nicht zum Satz. Weil das alltägliche oder natürliche logische Denken in ganzen Größen denkt, also irrtümlich die überstehenden Teile mit zum Satz rechnet, erscheint uns nur die Größe 1 als Schnittmenge oder -größe. Im Bild legen sich um 3 das ganze 2, 1 und 4, ähnlich bei der Größe 4, und 2 ist ein unendlich großes Etwas mit einem kleinen Loch aus Vereinigungsgröße von 1,3 und 4. Logisch gesehen sind alle vier Sätze gleich, nämlich eine einzige Größe, nicht mehr und nicht weniger. Jetzt muß uns die Abstraktion die Anschauung ersetzen: Da wir wissen, dass jeder eingeschränkte Satz ein Teil der Größe  $\pm A$  ist und ein Teil nicht ist und dass er ein Teil der Größe  $\pm B$  ist und ein Teil nicht ist, können wir alle vier Bedeutungen aller vier echten eingeschränkten Sätze als



zeichnen. <sup>61</sup>

**L2.1.8.61-61 Wahrheitswertetafel**

Fassen wir tabellarisch zusammen, was wir von den immer geltenden echten und nicht echten Nebenbedeutungen der Sätze 1 - 10 wissen.

Die Sätze 1 - 10 können die Nebenbedeutungen a - k haben ("w") oder nicht ("f"). Zum Beispiel, hat der Satz 5:  $[+]A = (+)B$  neben seinem Äquivalent  $(-)A = [-]B$  immer die Nebenbedeutungen g:  $(+)A = (+)B$ , i:  $(-)A = (+)B$  und k:  $(-)A = (-)B$  (s.S.54). Alle anderen Bedeutungen sind "f".

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	[+] [+]	[+] [-]	(+) [-]	(+) [+]	[+] (+)	[+] (-)	(+) (+)	(+) (-)	(-) (+)	(-) (-)
	[-] [-]	[-] [+]	[-] (+)	[-] (-)	(-) [-]	(-) [+]				
a	[+] [+] [-] [-]	w								
b	[+] [-] [-] [+]	w								
c	(+) [-] [-] (+)		w							
d	(+) [+] [-] (-)			w						
e	[+] (+) (-) [-]				w					
f	[+] (-) (-) [+]					w				
g	(+) (+)	w	w	w	w		w	w	w	w
h	(+) (-)	w	w	w		w	w	w	w	w
i	(-) (+)	w	w		w	w	w	w	w	w
k	(-) (-)	w		w	w	w	w	w	w	w

<sup>1</sup>  
62

---

1. Vgl. Albert Menne, Logik und Existenz, S. 48.  
Vgl. auch John Neville Keynes, Studies and Exercises in Formal Logic, London 1928, S. 173.

### L2.1.9.62-65 Exkurs: Das Universum mit allen 16 Sätzen in einem Bild, Beispielbegriffe für alle 16 Sätze

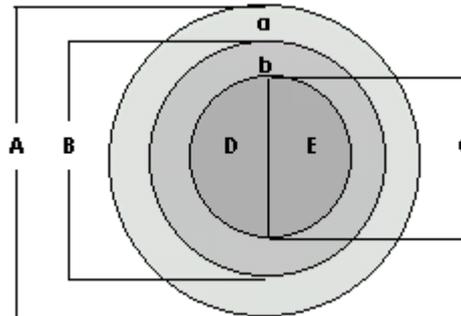
Soweit es geht, suchen Sie nach anschaulichen Begriffen, d.h. Stellvertretern für materielle Dinge, die die Größe  $x^3$  haben. Das ist bei Satz 3 nicht möglich, weil unendlich viele und unendlich große, aber vor allem unendlich viele verschiedene Dinge aufgezählt werden müssten, um  $[-]B$  zu benennen.<sup>1</sup> Nehmen wir dagegen mit de Morgan ein abstraktes Universe of Discourse, das aus nicht angebbaren vielen Unendlichkeiten besteht: die reellen Zahlen, so lassen sich alle 16 Sätze mit ihren Äquivalenten, ihren echten und nicht echten Nebenbedeutungen nicht nur in einem einzigen Bild darstellen, sondern auch mit Beispielbegriffen veranschaulichen.

Im Beispiel wird angenommen, dass die Menge der ganzen Zahlen kleiner als die der rationalen ist und die kleiner als die der reellen Zahlen ist, d. h. die Hilfskonstruktion der Gleichmächtigkeit (i.S.d. Mengenlehre) zweier unendlich großer Mengen wird nicht so ausgelegt, dass zwei gleichmächtige Mengen gleich groß sind.

Die Welt der Zahlen und die materielle Welt wären, schließt man sich der Auffassung dieser ersten Abstraktionsstufe an, dass der Teil kleiner als das Ganze ist, nicht mehr 2 vollkommen verschiedene Reiche, wie den armen Schülern seit den Pythagoreern eingebleut wird, sondern wären endlich in derselben Welt zu Hause. Denn exakt dieselbe Darstellung gilt für das All, nur lassen sich da für einige Fälle keine Beispielbegriffe finden. Die höheren Stufen der mathematischen Abstraktion hätten einen festen Grund, weil klar wäre, wovon abstrahiert wird.<sup>2</sup>

- 
1. Um den Bierkrug auf meinem Tisch als  $[-]B$  zu benennen, was ja möglich sein müsste, wenn der Rest der Welt außer dem Bierkrug  $[+]B$  ist, müsste ich anfangen mit: "nicht Bier im Krug, nicht Tisch, nicht Stuhl, nicht Telefon..." usw. bis in alle Ewigkeit. "ganz nicht  $[-]B$ " ist nicht erlaubt. Das wäre "Bierkrug"  $[+]B$ , weil die Welt nur aus  $[+]B$  Bierkrug und  $[-]B$  Bierkrug besteht und damit der Satz 4  $(+)A=[+]B$  statt Satz 3  $(+)A=[-]B$ .

- 63 A = reelle Zahlen, also die unendlichen Dezimalbrüche, die Rationalzahlen einschließlich der ganzen Zahlen
- a = die reellen nicht rationalen Zahlen (nur die unendlichen nicht periodischen Dezimalbrüche)
- B = die Rationalzahlen, die aus ganzen Zahlen gebildeten Brüchen, einschließlich der ganzen Zahlen
- b = nur die gebrochenen Rationalzahlen, also ohne die ganzen Zahlen
- C = die ganzen Zahlen
- D = die positiven ganzen Zahlen
- E = die negativen ganzen Zahlen



b ist nur der Ring zwischen a und C, und a ist nur der Ring außerhalb von B, während A sowohl B als auch C und B b und C umfassen.

$$[+]C = [+] [D + E]$$

$$[-]C = [-] [D + E]$$

$$[-]B = [+]A$$

$$[+]B = [-]A$$

$$(+)C = [-] [a + b + E], \text{ nämlich } D$$

$$[-]C = (+) [a + b + E], \text{ nämlich } a + b$$

2. Alle Denker, die etwas zu sagen haben, nehmen die Welt und nicht ihre Hirngespinnste zum Ausgangspunkt: "Über die Zahlen freilich möchte ich mich in keinen Streit einlassen. Vielmehr hat Aristoteles hierin die Pythagoräer mit Recht widerlegt. Denn für ihn sind die Zahlen etwas, was bei der geistigen Betätigung an zweiter oder gar dritter und vierter Stelle kommt, sowie etwas, von dem man keine Grenze angeben kann. Auch haben die Zahlen nichts in sich, was sie nicht von den Quantitäten oder von anderen wirklichen und realen Wesen oder auch von verschiedenen Setzungen des Geistes empfangen hätten." Johannes Kepler, Weltharmonik

$$(+) C = [+] D$$

$$[-] C = (-) D$$

$$[+] C = (+) B$$

$$(-) C = [-] B$$

$$[+] D = (-) E$$

$$(-) D = [+] E$$

Das Beispiel zeigt schön, dass die Menge der Größe folgt. Cantor nannte seine Arbeit ja auch ursprünglich Größenlehre. Offenbar haben die Scholastiker mit ihm einen deal gemacht: Du kriegst das "aktual" Unendliche für deine Zahlen, wenn du auf die Größe verzichtest. Tatsächlich stehen tausende von Arbeitsplätzen auf dem Spiel, wenn der katholischen Theologie die Größe und damit ihr Arbeitgeber weggenommen wird. Lesen Sie die ersten Fragen von Thomas' *Summa Theologiae*, die sich mit der Größe und dem Unendlichen befassen.

<sup>64</sup> Auch in diesem Bild sind einander ausschließende Größen: die beiden Ringe und die innere Kreisfläche und Größen, die Teil und Ganzes sind: die 6 allgemeinen Sätze und ihre Äquivalente, zugleich dargestellt. Ob das Äquivalent zu dem zweifellos wahren Satz

$$[+] A = [+] B + [+] a$$

gilt oder nicht :

$$[-] A = [-] \{ [+] B + [+] a \},$$

ob also im Zahlenuniversum möglich ist, was bei den "materiellen" Größen nicht erlaubt ist, ist in der Größenlogik so lange nicht entscheidbar, bis das Zahlenuniversum - etwa um die imaginären Zahlen - erweitert wird.

Die nicht echten Nebenbedeutungen lassen sich - mit etwas Geduld - ablesen. Die vier echten eingeschränkten Sätze lassen sich als Arten einer Zahlengattung zeigen (vgl. S. 51f), z. B. der Rationalzahlen:

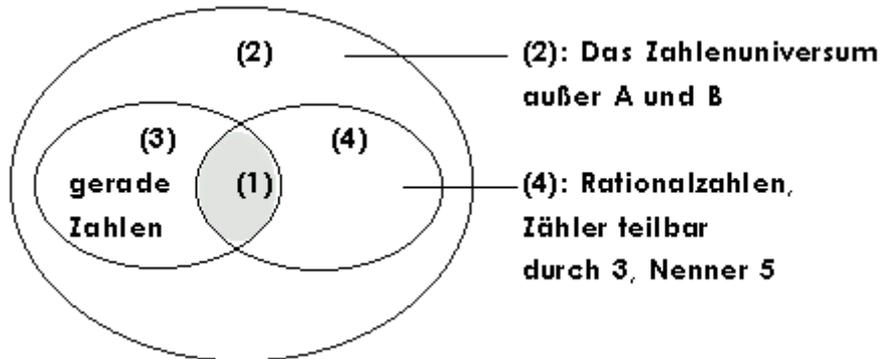
$$(+) \quad \text{geraden Zahlen} \quad = \quad (+) \quad \text{Rationalzahlen:Zähler teilbar durch 3, Nenner 5} \quad (1)$$

$$(-) \quad \text{geraden Zahlen} \quad = \quad (-) \quad \text{Rationalzahlen:Zähler teilbar durch 3, Nenner 5} \quad (2)$$

$$(+) \quad \text{geraden Zahlen} \quad = \quad (-) \quad \text{Rationalzahlen:Zähler teilbar durch 3, Nenner 5} \quad (3)$$

$$(-) \quad \text{geraden Zahlen} \quad = \quad (+) \quad \text{Rationalzahlen:Zähler teilbar durch 3, Nenner 5} \quad (4)$$

lassen sich in keinem Fall in einen allgemein Satz umwandeln.



(1)  $\frac{30}{5}, \frac{60}{5}, \frac{90}{5}$  usw.

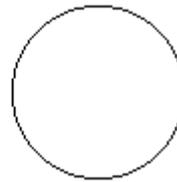
(2)  $[+](\text{ungerade Zahlen, die nicht (4) sind}) + [+](\text{Rationalzahlen, deren Zähler nicht durch 3 teilbar ist oder deren Nenner nicht 5 ist}) + [+](\text{Irrationalzahlen}) + [+](\text{transzendente Zahlen, das "kleine Äquivalent", also alles außer (1) + (3) + (4) oder (2) = } \mathbb{R} - [(1)+(3)+(4)] \text{ (" + [+] bedeutet "plus alle")})$

(3) z. B.  $\frac{8}{2}, \frac{32}{16}, \frac{22}{1}$  usw.

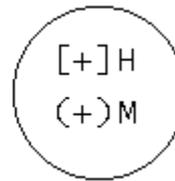
(4) z. B.  $\frac{15}{5}, \frac{21}{5}, \frac{75}{5}, \frac{81}{5}$  usw.

### L2.1.10.65-67 Alle Sätze als eine Größe

Die zeichnerischen Darstellungen der Sätze mit den ganzen Größen A und B sind falsch. Es gibt in Wahrheit nur eine einzige Darstellung aller Sätze, die das "=" in der Satzgleichung rechtfertigt, nämlich

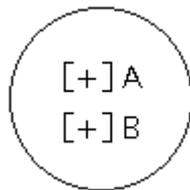


Was wir bei der Bezeichnung jeder Größe unbewußt tun, nämlich den Rest der Welt abschneiden, das tun wir ab jetzt auch bei den Sätzen. Die überstehenden Teile, die nicht ausdrücklich zum Satz, sondern zum Rest der zweiten Größe gehören, werden ab nun nicht mehr oder nur noch ausnahmsweise gezeichnet. Alle 16 Sätze sehen gleich aus. "Das Herz ist ein Teil des Menschen", bringt logisch gesehen fertig, was Shakespeares Shylock nicht geschafft hat. Es schneidet dem Menschen ein Pfund Fleisch aus dem Leib, ohne einen einzigen Tropfen Blut zu vergießen.

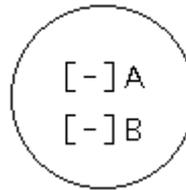


Weil der Satz von einer Größe handelt, wird er ab jetzt als eine Größe gezeichnet. Die Größenbeziehungen zwischen A und B im Satz werden durch die Umfangszeichen markiert.

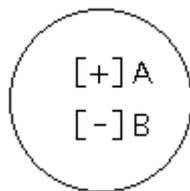
66 1 [+]A=[+]B



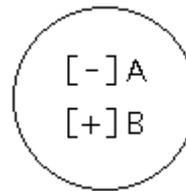
[-]A=[-]B



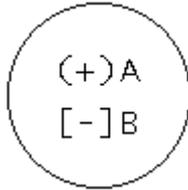
2 [+]A=[-]B



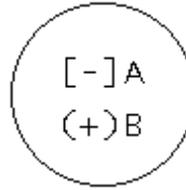
[-]A=[+]B



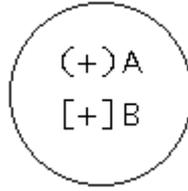
3      (+) A = [-] B



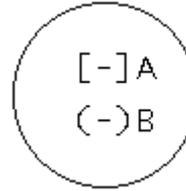
[-] A = (+) B



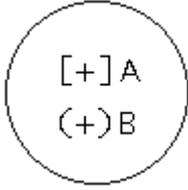
4      (+) A = [+] B



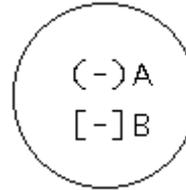
[-] A = (-) B



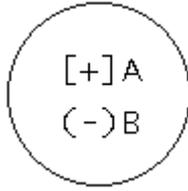
5      [+] A = (+) B



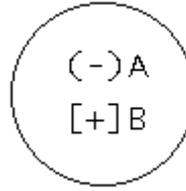
(-) A = [-] B



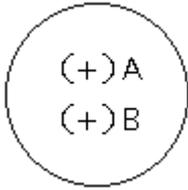
6      [+] A = (-) B



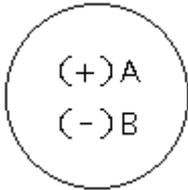
(-) A = [+] B



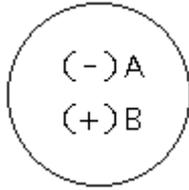
7      (+) A = (+) B



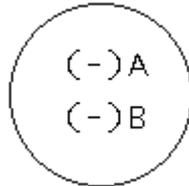
8      (+) A = (-) B



9  $(-)A = (+)B$



10  $(-)A = (-)B$



<sup>67</sup> Anders als die allgemeinen Sätze werden die "kleinen" Äquivalente nicht als je ein Satzpaar behandelt, weil ein großer Teil der Schlüsse, die nun behandelt werden, nur eine oder zwei Bedeutungen eines eingeschränkten Satzes als Ergebnis hat. Die vier eingeschränkten Sätze werden, obwohl jeder in jeden verwandelt werden kann, getrennt behandelt. Der Vollständigkeit halber werden hier wiegesagt (wo?) Redundanzen in Kauf genommen.

### L2.1.11.67-71 Schluss

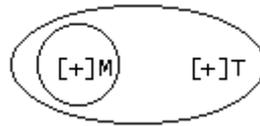
Die Logik behandelt Schlüsse. Ein Schluss untersucht die Beziehungen dreier Größen zueinander. Das geschieht mit Hilfe von 2 Sätzen.

Die Beziehung der drei Größen A, B und C im Schluss sieht so aus: Bekannt sind

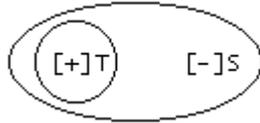
die Beziehungen	A : B
und	B : C
Gesucht wird	A : C

Nehmen wir die beiden Sätze vom Anfang der Untersuchung

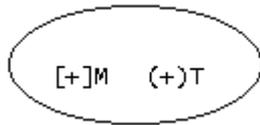
[+]Mensch ist (+)Tier



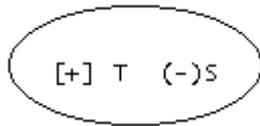
[+]Tier ist (-)Stein



oder  
[+]M= (+)T

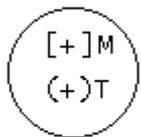


[+]T= (-)S

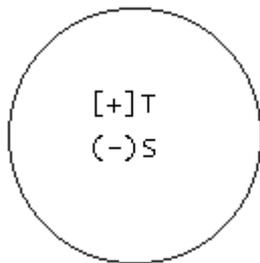


Wir legen fest, dass sich die Benennung von Teil:Ganzes oder Ganzes:Teil nach der Reihenfolge der Umfangzeichen im Satz richtet. Wenn wie hier links [+]und rechts (+) steht, heißt die Beziehung Ganzes:Teil. Da die ganze erste Prämisse ein Teil der zweiten ist, läßt sich der Schluss so zeichnen:

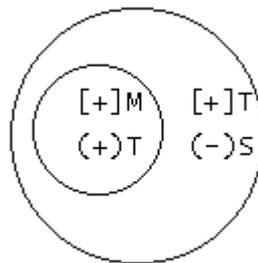
68 1. Prämisse



2. Prämisse



Schluss

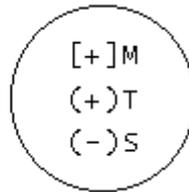


Daraus erkennt der scharfsinnige Beobachter sofort, dass kein Mensch ein Stein ist oder

[+]M = (-)S

Alle Menschen sind Teil der Nicht-Steine

Damit haben wir einen Schlusssatz, die Beziehung dreier Größen zueinander, gewonnen. Auch dieser Satz handelt wieder nur von einer einzigen Größe, nämlich [+]M, die zugleich (+)T und (-)S ist, wobei für (-)S gilt, dass der Teil des Teils wieder ein Teil ist. Das heißt, auch beim Schlusssatz gehört der "überstehende" Teil nicht dazu. Genaugenommen wäre die Darstellung definitionsgemäß:

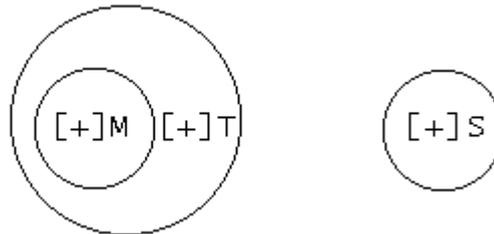


(+)T und [+]T in der Schlussdarstellung oben rechts stehen auf den ersten Blick in der Beziehung Teil : Ganzes. Das hieße laut der eben gegebenen Definition, dass sich aus (+)T und [+]T von links nach rechts ein Satz herstellen ließe: (+)T = [+]T, Unsinn. (+)T und [+]T bilden zwar ein Größenverhältnis, denn (+)T ist Teil von [+]T, also (+)T < [+]T, aber scheinbar keinen logischen Satz. Es ist ja eine einzige Größe. Trotzdem: (+)T ist doch genau wie [+]Mensch ein Teil von [+]T. Warum tanzt es beim Satzgebilden aus der Reihe? Die Antwort ist einfach, muß aber gesagt werden:

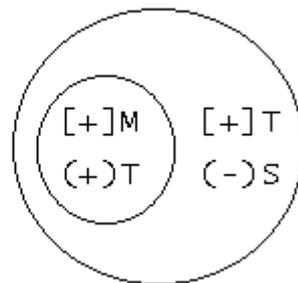
Der ganze Teil	ist	ein Teil des Ganzen
[+] {Teil T}	=	(+) {ganz T}
[+] (+) T	=	(+) [+] T
(+) T	=	(+) T

<sup>69</sup> Satz und die Reihenfolge der Umfangzeichen stimmen wieder mit der Zeichnung überein, und wir haben doch einen Satz aus den "beiden" T gewonnen; ein Kuriosum der Identität "zweier" Teile, das später noch eine Rolle

spielen wird, was Sie aber erst einmal vergessen können. Die altmodische Darstellung in "Eulerschen Kreisen"



die die Logiker der Formen pikiert ablehnen und zugleich heimlich anwenden<sup>1</sup>, wird nun ersetzt durch



Wir behalten diese Schlussdarstellung bei, obwohl der überstehende Teil nicht zum Schlusssatz gehört, weil sich aus ihr die Prämissen ablesen lassen.

- [+]M= (+) T
- [+]T= (-) S
- [+]M= (-) S

Treten M, S und T in dieser Beziehung zueinander auf, so kommt dabei immer [+]M= (-) S, der Schlusssatz heraus, ganz gleich, was die Größen bedeuten. Einzige Voraussetzung ist, dass die beiden ersten Sätze oder Prämissen wahr sind.<sup>2</sup>

Alle Verbindungsmöglichkeiten dieser Art zwischen drei Größen

<sup>70</sup> [±]A, (±)A, [±]B, (±)B, [±]C, (±)C

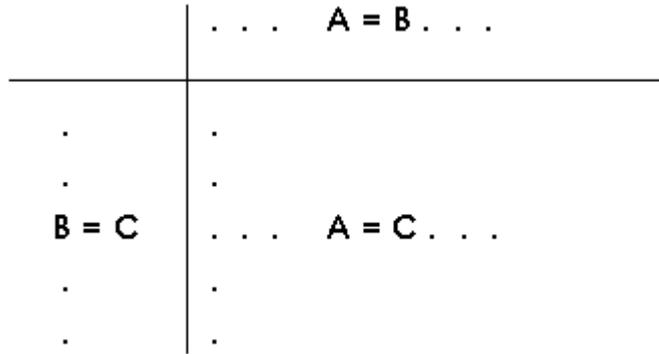
zu untersuchen und herauszufinden, was daraus für A und C folgt, ist der

---

1. Vgl. Eulers "Briefe..." S. 115ff

Gegenstand der vorliegenden Arbeit.

Auf der nächsten Seite die vollständige Logik der endlich und unendlich großen Größen auf einen Blick: Unter 1-10 steht die eine, neben a-k die andere Prämisse, im Schnittpunkt der Schlusssatz.



Alle Schlüsse, die 2 allgemeine Prämissen haben, 1a bis 6f, haben entweder einen allgemeinen Schlusssatz mit allen Nebenbedeutungen oder einen eingeschränkten Schlusssatz ohne Nebenbedeutung. Die Schlusssätze der Schlüsse mit eingeschränkter Prämisse haben nur da alle Bedeutungen des eingeschränkten Satzes, wo die andere Prämisse [ + ] [ + ] oder [ + ] [ - ] ist, sonst nur zwei Bedeutungen. Die Schlüsse mit [ + ] [ + ] als einer Prämisse ha-

2. "Ein Schluss ist die Feststellung der Identität eines Gegenstandes mit drei Namen in zwei Sätzen. Oder: Ein Schluss ist die Feststellung des Seins eines Gegenstandes mit drei Namen in zwei Sätzen. Einer der drei Namen muß in beiden Sätzen vorkommen, da jeder Satz zwei Namen hat. Ferner sagt der Schluss, in welcher quantitativen Beziehung die durch die beiden Sätze bezeichneten ganzen Dinge stehen.

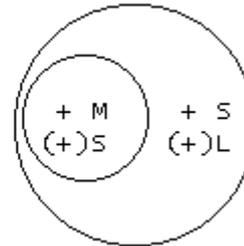
Aus

(Alle Menschen sind Teil der Säugetiere.) und  
(Alle Säugetiere sind Teil der Lebewesen.) folgt

Schlusssatz  
unter  
Auslassung  
des

(Alle Menschen sind Teil der Säugetiere.) <  
(Alle Säugetiere sind Teil der Lebewesen.),

da das Ganze größer als der Teil ist.



den beiden Sätzen gemeinsamen dritten Namens. Also statt

+ M = (+)S = (+)L, was auch richtig wäre, steht

+ M = (+)L.

Dabei gilt: Ein Teil des Teils ist ebenfalls ein Teil." (Logik, Teil 1 S. 31)

ben immer die andere als Schlussatz.

Fertig. Damit ist die Logik abgeschlossen, und Sie können Wichtigeres lesen. Mehr als die Tabelle behandelt sie nämlich wirklich nicht. Wollen Sie dagegen wissen, ob die Tabelle wahr und vollständig ist, dann befassen Sie sich in Kürze mit dem Heft HERLEITUNG.

**L2.1.11.1.71-71 Schlusstabelle**

71	A=B									
B=C	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
<b>a</b> [+] [+]	[+] [+]	[+] [-]	(+) [-]	(+) [+]	[+] (+)	[+] (-)	(+) (+)	(+) (-)	(-) (+)	(-) (-)
	[+] [+]	[+] [-]	(+) [-]	(+) [+]	[+] (+)	[+] (-)	(+) (+)	(+) (-)	(-) (+)	(-) (-)
	(+) (+)	(+) (-)	(+) (+)	(+) (+)	(+) (+)	(+) (-)	(+) (-)	(+) (+)	(+) (+)	(+) (+)
	(-) (-)	(-) (+)	(+) (-)	(+) (-)	(-) (+)	(-) (+)	(-) (+)	(-) (+)	(+) (-)	(+) (-)
			(-) (+)	(-) (-)	(-) (-)	(-) (-)	(-) (-)	(-) (-)	(-) (-)	(-) (-)
<b>b</b> [+] [-]	[+] [-]	[+] [+]	(+) [+]	(+) [-]	[+] (-)	[+] (+)	(+) (-)	(+) (+)	(-) (-)	(-) (+)
	(+) (-)	(+) (+)	(+) (+)	(+) (+)	(+) (-)	(+) (+)	(+) (+)	(+) (-)	(+) (+)	(+) (+)
	(-) (+)	(-) (-)	(+) (-)	(+) (-)	(-) (+)	(-) (+)	(-) (+)	(-) (+)	(+) (-)	(+) (-)
			(-) (-)	(-) (+)	(-) (-)	(-) (-)	(-) (-)	(-) (-)	(-) (-)	(-) (+)
<b>c</b> (+) [-]	(+) [-]	[+] (+)	(+) (+)	(+) [-]	(-) (+)	[+] (+)	(+) (+)	(+) (+)	(+) (+)	(+) (+)
	(+) (+)	(+) (+)		(+) (+)		(+) (+)	(-) (+)	(-) (+)	(-) (+)	(-) (+)
	(+) (-)	(-) (+)		(+) (-)		(-) (+)				
	(-) (+)	(-) (-)		(-) (+)		(-) (-)				
<b>d</b> (+) [+]	(+) [+]	[+] (-)	(+) (-)	(+) [+]	(-) (-)	[+] (-)	(+) (-)	(+) (-)	(+) (-)	(+) (-)
	(+) (+)	(+) (-)		(+) (+)		(+) (-)	(-) (-)	(-) (-)	(-) (-)	(-) (-)

Einleitung

L2.1.11.1.71-71

Schlusstabelle

(+) (-)    (-) (+)                    (+) (-)                    (-) (+)  
 (-) (-)    (-) (-)                    (-) (-)                    (-) (-)

**e** [+] (+)    [+] (+)    (+) [-]    (+) [-]    (+) (+)    [+] (+)    (-) (+)    (+) (+)    (+) (+)    (+) (+)    (+) (+)  
 (+) (+)    (+) (+)    (+) (+)                    (+) (+)                    (-) (+)    (-) (+)    (-) (+)    (-) (+)  
 (-) (+)    (+) (-)    (+) (-)                    (-) (+)  
 (-) (-)    (-) (+)    (-) (+)                    (-) (-)

**f** [+] (-)    [+] (-)    (+) [+]    (+) [+]    (+) (-)    [+] (-)    (-) (-)    (+) (-)    (+) (-)    (+) (-)    (+) (-)  
 (+) (-)    (+) (+)    (+) (+)                    (+) (-)                    (-) (-)    (-) (-)    (-) (-)    (-) (-)  
 (-) (+)    (+) (-)    (+) (-)                    (-) (+)  
 (-) (-)    (-) (-)    (-) (-)                    (-) (-)

**g** (+) (+)    (+) (+)    (-) (+)    (+) (+)    (+) (+)    (-) (+)    (-) (+)  
 (+) (-)    (+) (+)    (+) (-)    (+) (-)    (-) (-)    (-) (-)  
 (-) (+)    (+) (-)  
 (-) (-)    (-) (-)

**h** (+) (-)    (+) (-)    (-) (-)    (+) (+)    (+) (+)    (-) (+)    (-) (+)  
 (+) (+)    (+) (+)    (+) (-)    (+) (-)    (-) (-)    (-) (-)  
 (-) (+)    (+) (-)  
 (-) (-)    (-) (+)

**i** (-) (+)    (-) (+)    (+) (+)    (+) (+)    (+) (+)    (-) (+)    (-) (+)  
 (+) (+)    (+) (-)    (+) (-)    (+) (-)    (-) (-)    (-) (-)  
 (+) (-)    (-) (+)  
 (-) (-)    (-) (-)

<b>k</b> (-) (-)	(-) (-)	(+) (-)	(+) (+)	(+) (+)	(-) (+)	(-) (+)
	(+) (+)	(+) (+)	(+) (-)	(+) (-)	(-) (-)	(-) (-)
	(+) (-)	(-) (+)				
	(-) (+)	(-) (-)				

## Java-Applet "Einleitung"

"Einleitung" lässt sich vereinfacht so ausdrücken: Die Welt wird durch zwei Größen A und B in genau zwei, drei oder vier Teile geteilt. In zwei Teile, wenn A und B identisch sind, die gleiche Größe und denselben Ort einnehmen. Sie wird in drei Teile geteilt, wenn A und B Teil und Ganzes oder Ganzes und Teil bzw. getrennt sind. Und schließlich wird sie in vier Teile geteilt, wenn A und B eine echte Teilgröße bilden. Mit Hilfe der Größe und Position beider Kreise erkennt der Computer, in welcher Beziehung sie zueinander stehen, ob der eine Teil des andern ist oder der andre Teil des einen, ob sie sich schneiden, ob sie getrennt sind oder ob sie identisch sind.

Alle Sätze und die jeweils zugehörige Aufteilung der Welt in zwei, drei oder vier Teile ergeben sich daraus mechanisch durch Wechsel des Vorzeichens von A und/oder B. Die Farben der Sätze stimmen mit den Farben der Größen im Rechteck überein. Beobachten Sie, wie sich die Vorzeichen in den Sätzen ändern, sobald Sie A und/oder B ein anderes Vorzeichen geben oder einen Kreis verschieben.

Ändern Sie die Größe der Kreise, indem Sie in der Nähe des Rands klicken und ziehen oder die Position, wenn Sie mehr in der Mitte des Kreises klicken und ziehen. Um die Sätze 1 und 2 hinzukriegen brauchen Sie ein wenig Fingerspitzen, oder Sie nehmen die beiden Kreise beim Programmstart und bringen sie zur Deckung.

Die Nebenbedeutungen der sechs allgemeinen Sätze, die Teil des Satzes bzw. Teil des Äquivalents sind, werden vom Programm ignoriert, weil sie hier "eigentlich" überflüssig sind. Die Sätze 1 und 2 hätten also in der zugehörigen Wahrheitswertetabelle nur sich selbst als "w" und die Sätze 3 bis 6 sich selbst und den Teil der Welt zwischen Satz und Äquivalent.

"Einleitung mit den notwendigen Nebenbedeutungen"

Aber diese "Ignoranz" birgt ein Problem in sich: Ließen wir die Nebenbedeutungen, die Teil des Satzes bzw. des Äquivalents sind, in der Wahrheitstabel-

le weg, dann wäre sie nicht mehr vollständig bzw. nicht mehr eindeutig. Denn nun gäbe es 12 Stellen, an denen ein „w“ stehen müßte, auf keinen Fall aber ein „f“ stehen darf. Also erweitern wir das Programm um die Nebenbedeutungen, die Teil des allgemeinen Satzes bzw. des Äquivalents sind. Diese Nebenbedeutungen bekommen die gleiche Farbe wie der zugehörige allgemeine Satz. Damit haben wir also zwei Versionen des Einleitungsprogramms, eine mit allen und eine mit den notwendigen Nebenbedeutungen.  
"Einleitung mit allen Nebenbedeutungen"

08/2016 Da ich das Daumenkino-HTML nicht benutze, von Java-Programmierung nichts verstehe und mit einem Vorkriegs-Betriebssystem arbeite, kriege ich die applets außer mit dem IE V6.0 nicht mehr zum Laufen. Die classes und java Dateien sind im angegebenen Pfad zu finden.